IQRO JURNALI , IQRO JOURNAL, ИКРО ЖУРНАЛИ
ISSN:2181-4341| wordlyknowledge.uz/index.php/iqro
Volume 22 Issue 01 IYUN 2026

KVADRAT UCHHAD ILDIZLARINING BERILGAN ORALIQLARDA LOKALIZATSIYASI

Omonova Shakarjon Ro‘zmatovna
Osiyo xalqaro universiteti magistranti

Annotatsiya. Mazkur maqolada kvadrat uchhad ildizlarini berilgan oraliqlarda lokalizatsiya qilishning nazariy asoslari va amaliy ahamiyati tahlil qilingan. Kvadrat uchhadlarning analitik hamda geometrik xossalari asosida ildizlarni chegaralash usullari, diskriminantning roli, uzluksizlik va ishora almashinuvi mezonlari yoritilgan. Shuningdek, lokalizatsiya jarayonining sonli usullar, jumladan, ikkiga bo‘lish, Nyuton va sekant algoritmlaridagi o‘rni hamda hisoblash aniqligini ta’minlashdagi ahamiyati bayon etilgan. Maqolada lokalizatsiya usullarining matematik modellashtirish, muhandislik hisoblari va zamonaviy axborot texnologiyalaridagi qo‘llanilishiga alohida e’tibor qaratilgan.

Kalit so‘zlar: kvadrat uchhad, lokalizatsiya, ildizlar, diskriminant, parabola, iteratsiya, sonli usullar, algebra, modellashtirish, hisoblash matematikasi.

KIRISH

Hisoblash matematikasi va sonli usullar zamonaviy matematikaning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, murakkab matematik masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi. Xususan, algebraik tenglamalar ildizlarini aniqlash va ularni ma'lum oraliqlarda lokalizatsiya qilish sonli algoritmlarning samarali ishlashini ta'minlovchi asosiy bosqichlardan hisoblanadi. Ildizlarni oldindan chegaralash hisoblash aniqligini oshiradi, iteratsion usullar uchun qulay boshlang‘ich yaqinlashuvlarni tanlash imkonini beradi hamda hisoblash jarayonining barqarorligini ta'minlaydi.

Kvadrat uchhadlar algebra va matematik analizda eng ko‘p uchraydigan funksiyalardan biri bo‘lib, ularning ildizlarini o‘rganish nazariy va amaliy jihatdan muhim ahamiyatga ega. Ildizlarning berilgan oraliqlarda joylashuvini aniqlash diskriminant, funksiyaning uzluksizligi, hosila va grafik tahlil kabi matematik vositalar yordamida amalga oshiriladi. Ushbu yondashuv nafaqat matematik masalalarni yechishda, balki muhandislik hisoblari, matematik modellashtirish va kompyuter texnologiyalarida ham keng qo‘llaniladi.

ASOSIY QISM

Kvadrat uchhad umumiy ko‘rinishda $P(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ ko‘rinishida ifodalanadi. Ushbu funksiya algebra va matematik analizning fundamental obyektlaridan biri bo‘lib, uning xossalari ko‘plab nazariy hamda amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi. Kvadrat uchhadning grafigi parabola bo‘lib, uning tarmoqlari yuqoriga yoki pastga yo‘nalishi (a) koeffitsiyentining ishorasiga bog‘liq. Agar $a>0$ bo‘lsa, parabola yuqoriga ochiladi, aksincha $a<0$ bo‘lganda pastga ochiladi. Parabolaning simmetriya o‘qi $x=-\frac{b}{2a}$ formula orqali aniqlanadi va aynan shu nuqtada funksiya minimum yoki maksimum qiymatga ega bo‘ladi. Ushbu geometrik xususiyatlar ildizlarni lokalizatsiya qilishda muhim nazariy asos vazifasini bajaradi, chunki parabola qaysi oraliqlarda Ox o‘qini kesib o‘tishini oldindan baholash imkonini beradi.

Kvadrat uchhad ildizlarini aniqlashning klassik usuli diskriminantdan foydalanishga asoslanadi. Diskriminant $D=b^2-4ac$ formula orqali hisoblanadi va uning qiymati ildizlarning mavjudligi hamda sonini belgilaydi. Agar $D>0$ bo‘lsa, tenglama ikkita turli haqiqiy ildizga ega bo‘ladi; $D=0$ bo‘lganda bitta karrali ildiz mavjud bo‘ladi; $D<0$ bo‘lsa, haqiqiy ildizlar mavjud emas. Ammo amaliy hisoblashlarda faqat diskriminantni aniqlash yetarli bo‘lmaydi. Muhandislik hisoblari, optimallashtirish masalalari va sonli algoritmlarda ildizning aynan qaysi oraliqda

joylashganligini aniqlash zarur bo‘ladi. Shu sababli lokalizatsiya masalasi kvadrat uchhadni chuqur tahlil qilishning ajralmas qismi hisoblanadi.

Lokalizatsiya tushunchasi ildizning aniq qiymatini emas, balki uning joylashgan chegaralangan oraliqni aniqlashni anglatadi. Matematik nuqtai nazardan, bu jarayon funksiyaning uzluksizligi va uning qiymatlarining ishora almashinuviga asoslanadi. Agar uzluksiz funksiya uchun $P(a)\cdot P(b)<0$ sharti bajarilsa, u holda (a;b) oraliqda kamida bitta ildiz mavjudligi kafolatlanadi. Kvadrat uchhad uzluksiz funksiya bo‘lgani sababli ushbu xossa ildizlarni lokalizatsiya qilishning eng ishonchli mezonlaridan biri hisoblanadi. Berilgan oraliq chegaralarida funksiya qiymatlarini hisoblash orqali ildizning mavjudligi tez va sodda aniqlanadi. Bu esa keyingi iteratsion hisoblashlar uchun boshlang‘ich oraliqni tanlash imkonini beradi.

Kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilishda funksiyaning monotonlik xossalaridan foydalanish ham muhim o‘rin tutadi. Funksiyaning hosilasi $P'(x)=2ax+b$ ga teng bo‘lib, uning ishorasi funksiyaning o‘sish yoki kamayish oraliqlarini belgilaydi. Hosila nolga teng bo‘ladigan nuqta parabola uchiga mos keladi. Mazkur nuqtadan chap tomonda va o‘ng tomonda funksiyaning monotonligi o‘zgaradi. Aynan shu xususiyat ildizlarni qaysi oraliqlarda izlash kerakligini aniqlashga yordam beradi. Agar parabola uchi Ox o‘qidan yuqorida yoki pastda joylashgan bo‘lsa, diskriminant qiymati bilan birgalikda ildizlarning mavjudligi va ularning taxminiy joylashuvi haqida muhim xulosalar chiqarish mumkin.

Ildizlarni lokalizatsiya qilishda grafik tahlil usuli ham katta amaliy ahamiyatga ega. Kvadrat uchhad grafigining koordinata o‘qlariga nisbatan joylashuvi, parabola uchining koordinatalari hamda tarmoqlarning yo‘nalishi ildizlarning joylashuvini vizual tarzda baholash imkonini beradi. Grafik tahlil ayniqsa sonli algoritmlarni qo‘llashdan oldin boshlang‘ich yaqinlashuvlarni tanlashda samarali hisoblanadi. Zamonaviy kompyuter algebra tizimlari va matematik paketlarda parabola grafigini qurish orqali ildizlar joylashgan oraliqlar tez aniqlanadi, natijada hisoblash aniqligi va tezkorligi sezilarli darajada oshadi.

Kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilish masalasi ikkiga bo‘lish usuli (bisection method) bilan uzviy bog‘liq. Ushbu usulning asosiy talabi sifatida tanlangan oraliq uchlarida funksiya qiymatlarining qarama-qarshi ishorali bo‘lishi talab etiladi. Agar lokalizatsiya to‘g‘ri bajarilgan bo‘lsa, har bir iteratsiyada oraliq uzunligi ikki baravar qisqaradi va ildizga tobora yaqinlashiladi. Kvadrat uchhadlar uchun bu usul juda barqaror natija beradi, chunki funksiya uzluksiz va silliq bo‘ladi. Bunday algoritmlar nafaqat nazariy masalalarda, balki avtomatlashtirilgan hisoblash tizimlarida ham keng qo‘llaniladi.

Nyuton usuli va vatarlar (sekant) usuli kabi tez yaqinlashuvchi algoritmlarda ham lokalizatsiya muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu usullar boshlang‘ich yaqinlashuvning muvaffaqiyatli tanlanishiga juda sezgir hisoblanadi. Agar boshlang‘ich nuqta ildizga yaqin joylashgan bo‘lsa, algoritm juda tez yaqinlashadi, aks holda iteratsion jarayon noto‘g‘ri yo‘nalishda davom etishi yoki umuman yaqinlashmasligi mumkin. Shu sababli ildizlarni avval lokalizatsiya qilish, keyin esa yuqori aniqlikdagi iteratsion usullarni qo‘llash sonli hisoblash amaliyotida eng maqbul strategiya hisoblanadi.

Kvadrat uchhadlarning ildizlarini lokalizatsiya qilishda baholash usullaridan ham foydalaniladi. Masalan, koeffitsiyentlar qiymatlarini tahlil qilish, funksiyaning ayrim nuqtalardagi qiymatlarini hisoblash hamda parabola uchining koordinatalarini aniqlash orqali ildizlar joylashgan oraliqlarni toraytirish mumkin. Ayrim hollarda ildizlarning butun sonlar orasida yoki ratsional sonlar oralig‘ida joylashganligi aniqlanadi. Bu esa hisoblash xarajatlarini kamaytiradi va algoritmlarning samaradorligini oshiradi. Ayniqsa katta hajmdagi hisoblashlarda bunday dastlabki baholash usullari sezilarli vaqt tejalishini ta'minlaydi.

Bugungi kunda lokalizatsiya algoritmlari kompyuter matematikasi, sun'iy intellekt, optimallashtirish nazariyasi, iqtisodiy modellashtirish va muhandislik hisoblarida keng qo‘llaniladi. Dasturiy ta'minotlarda algebraik tenglamalarni avtomatik yechish jarayonida

ildizlarni lokalizatsiya qilish bosqichi alohida algoritmik modul sifatida ishlatiladi. Bu modul hisoblash jarayonining ishonchliligini oshiradi, xatolik ehtimolini kamaytiradi va keyingi iteratsion hisoblashlarning tez yaqinlashishini ta'minlaydi. Ayniqsa real vaqt rejimida ishlaydigan boshqaruv tizimlari va raqamli modellashtirish dasturlarida lokalizatsiya algoritmlarining samaradorligi umumiy hisoblash sifatiga bevosita ta'sir ko‘rsatadi.

Kvadrat uchhad ildizlarini berilgan oraliqlarda lokalizatsiya qilishda faqat funksiya qiymatlarining ishora almashinuvi emas, balki koeffitsiyentlar orasidagi bog‘lanishlarni tahlil qilish ham muhim ahamiyatga ega. Xususan, Viyet teoremasi ildizlarning yig‘indisi va ko‘paytmasi orqali ularning taxminiy joylashuvini baholash imkonini beradi. Ma'lumki, $(x_1+x_2= -\frac{b}{a}$ va $x_1 \cdot x_2= \frac{c}{a}$. Agar ushbu ifodalar berilgan oraliqning xususiyatlari bilan taqqoslansa, ildizlarning musbat yoki manfiy ekanligi, ularning qaysi sonlar oralig‘ida joylashishi haqida dastlabki xulosalarni chiqarish mumkin. Masalan, ildizlar ko‘paytmasining musbat bo‘lishi ularning bir xil ishorali ekanligini, manfiy bo‘lishi esa qarama-qarshi ishorali ekanligini bildiradi. Bu esa lokalizatsiya jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi.

Berilgan oraliqda ildiz mavjudligini aniqlashda oraliq chegaralarining oqilona tanlanishi ham muhim masalalardan biridir. Juda keng oraliq tanlanganda hisoblashlar soni ortadi, juda tor oraliqda esa ildiz umuman qolib ketishi mumkin. Shu sababli dastlab funksiyaning bir necha nuqtalardagi qiymatlari hisoblanib, parabola grafigining umumiy yo‘nalishi aniqlanadi. So‘ngra ildiz joylashgan ehtimoliy qism bosqichma-bosqich toraytirilib boriladi. Ushbu yondashuv kompyuter hisoblashlarida qo‘shimcha resurslarni tejash va algoritmning ishlash tezligini oshirish imkonini beradi.

Sonli hisoblashlarda ildizni lokalizatsiya qilish mutlaq aniqlikni emas, balki ma'lum aniqlik darajasini ta'minlaydi. Shuning uchun lokalizatsiya natijasining xatoligini baholash muhim ahamiyatga ega. Agar ildiz [a,b] oraliqda joylashgan bo‘lsa, maksimal mutlaq xatolik ushbu oraliq uzunligining yarmidan oshmaydi. Oraliq qancha kichik bo‘lsa, ildizning haqiqiy qiymati shuncha aniq chegaralanadi. Bu tamoyil ayniqsa avtomatlashtirilgan hisoblash tizimlarida muhim hisoblanadi, chunki dastur foydalanuvchi belgilagan aniqlik darajasiga erishilgunga qadar oraliqni ketma-ket qisqartirib boradi.

Hisoblash aniqligiga ta'sir qiluvchi omillar qatoriga kompyuterning razryadliligi, haqiqiy sonlarning ifodalanish usuli hamda yaxlitlash xatolari kiradi. Ayrim hollarda juda yaqin joylashgan ildizlarni lokalizatsiya qilishda ushbu omillar sezilarli rol o‘ynaydi. Shu sababli ilmiy hisoblash paketlarida yuqori aniqlikdagi arifmetikadan foydalanish tavsiya etiladi.

Kvadrat uchhadlar optimallashtirish nazariyasida maqsad funksiyalarini ifodalashda keng qo‘llaniladi. Ko‘plab iqtisodiy va texnik modellar ekstremal qiymatlarni aniqlashga asoslangan bo‘lib, bunda kvadrat funksiyalar asosiy matematik model sifatida xizmat qiladi. Agar maqsad funksiyasi ma'lum chegaralarda nolga tenglashadigan bo‘lsa, ushbu nuqtalarni lokalizatsiya qilish optimallashtirish algoritmlarining samaradorligini oshiradi. Ayniqsa cheklovli optimallashtirish masalalarida ildizlarning joylashuvini oldindan aniqlash qidiruv maydonini qisqartirish imkonini beradi. Bundan tashqari, mashinali o‘qitish algoritmlarida qo‘llaniladigan ayrim xarajat funksiyalari ham kvadratik ko‘rinishga ega bo‘ladi. Parametrlarni moslashtirish jarayonida ushbu funksiyalarning xossalarini tahlil qilish, ularning kritik nuqtalarini aniqlash hamda nol qiymatlariga yaqinlashish masalalari lokalizatsiya usullari bilan bevosita bog‘liqdir.

Muhandislik amaliyotida kvadrat uchhadlar mexanik tizimlarning harakat tenglamalarida, qurilish konstruksiyalarining mustahkamlik hisoblarida, elektr zanjirlari parametrlarini aniqlashda hamda transport vositalarining harakat modellarida uchraydi. Masalan, jismning vertikal harakati parabola qonuniga bo‘ysunganligi sababli uning maksimal balandligi va yer bilan kesishish nuqtalarini aniqlash kvadrat tenglamalarni yechishga olib keladi. Bunday hollarda ildizlarning qaysi vaqt oralig‘ida yoki qaysi koordinatalar orasida joylashganligini aniqlash amaliy masalaning fizik mazmunini to‘g‘ri talqin qilish imkonini beradi. Qurilish muhandisligida

egilish chiziqlari, yuklama taqsimoti va deformatsiya modellarining ayrimlari kvadratik funksiyalar yordamida tavsiflanadi. Elektronika va avtomatika sohalarida esa signal amplitudalarining o‘zgarishi yoki boshqaruv tizimlarining parametrlarini sozlash jarayonida kvadrat funksiyalar bilan bog‘liq hisoblashlar bajariladi. Ushbu jarayonlarning barchasida ildizlarni lokalizatsiya qilish hisoblashlarning ishonchliligini ta'minlovchi muhim bosqich hisoblanadi.

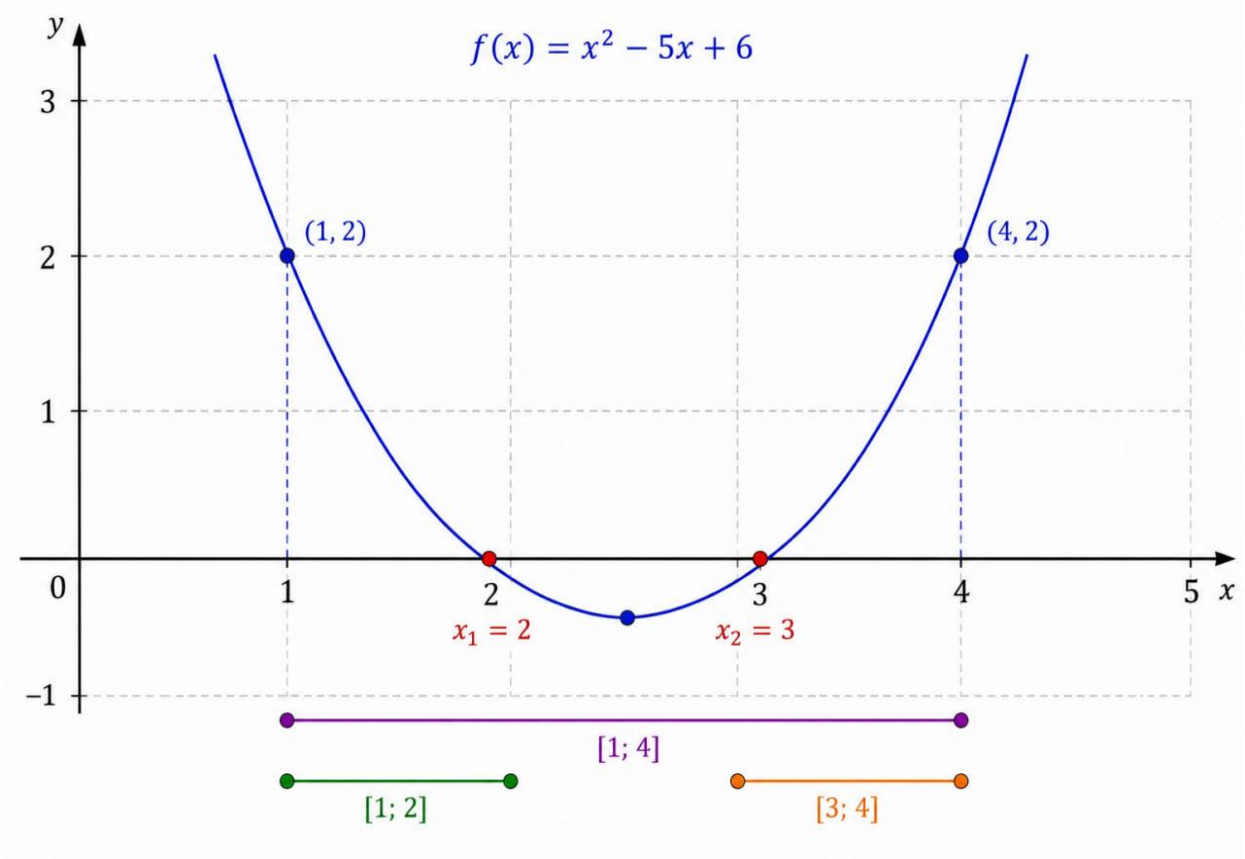
1-misol. Quyidagi kvadrat uchhad berilgan bo‘lsin $f(x)=x^2-5x+6$. Ushbu funksiyaning ildizlarini [1;4] oraliqda lokalizatsiya qilamiz. Dastlab oraliqning chegaralarida funksiya qiymatlarini hisoblaymiz:

$f(1)=1^2-5\cdot1+6=2$
$f(2)=2^2-5\cdot2+6=0$
$f(3)=3^2-5\cdot3+6=0$
$f(4)=4^2-5\cdot4+6=2$

Funksiyani ko‘paytuvchilarga ajratsak: $f(x)=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$.

Bundan funksiyaning haqiqiy ildizlari $x_1=2$, $x_2=3$ ekanligi aniqlanadi.

Grafikdan ham parabola Ox o‘qini aynan x=2 va x=3 nuqtalarda kesib o‘tishi kuzatiladi. Demak, ildizlar [1;4] oraliqda joylashgan bo‘lib, ular mos ravishda [1;2] va [3;4] kesmalarda lokalizatsiya qilinadi.



1-rasm. Kvadrat uchhad ildizlarining lokalizatsiyasi.

Natija. Olingan natijalar kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilishda analitik va grafik usullar bir-birini to‘ldirishini ko‘rsatadi. Funksiya qiymatlarini hisoblash hamda parabola grafigini tahlil qilish orqali ildizlarning joylashgan oraliqlari ishonchli aniqlanadi. Ushbu lokalizatsiya natijasida ikkiga bo‘lish, Nyuton yoki sekant usullari kabi sonli algoritmlarni

qo‘llash uchun qulay boshlang‘ich oraliqlar hosil qilinadi va hisoblash jarayonining aniqligi hamda tezkorligi oshadi.

Zamonaviy dasturlash tillarida kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilish algoritmlari oddiy shart operatorlari, sikllar va matematik funksiyalar yordamida amalga oshiriladi. Dastur avvalo berilgan oraliqning chegara nuqtalarida funksiya qiymatlarini hisoblaydi. Agar qiymatlar turli ishorali bo‘lsa, algoritm ildiz mavjudligini qayd etadi va keyingi hisoblash bosqichiga o‘tadi. Aks holda, yangi oraliq tanlanadi yoki foydalanuvchiga ildiz topilmaganligi haqida xabar beriladi. Bunday yondashuv algoritmning universalligini ta'minlaydi va uni turli dasturiy platformalarda qo‘llash imkonini yaratadi. Matlab, Python, Mathematica, Maple hamda boshqa matematik paketlarda ildizlarni lokalizatsiya qilish uchun maxsus kutubxonalar mavjud. Ushbu vositalar foydalanuvchiga funksiyani kiritish, grafikni qurish, ildizlarni avtomatik aniqlash va ularning joylashgan oraliqlarini vizual ko‘rsatish imkonini beradi. Natijada nazariy matematik tahlil va kompyuter hisoblashlari o‘zaro uyg‘unlashib, yuqori aniqlikdagi natijalarga erishiladi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, kvadrat uchhad ildizlarini berilgan oraliqlarda lokalizatsiya qilish sonli usullar nazariyasining muhim masalalaridan biri hisoblanadi. Ushbu jarayon ildizlarning joylashuvini ishonchli aniqlash, hisoblash aniqligini oshirish va iteratsion algoritmlarning samarali ishlashini ta'minlashda muhim ahamiyat kasb etadi. Lokalizatsiya usullaridan foydalanish hisoblash jarayonini soddalashtiradi, xatoliklarni kamaytiradi hamda yechimning barqarorligini ta'minlaydi. Maqolada kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilishning nazariy asoslari, asosiy usullari va ularning amaliy ahamiyati tahlil qilindi. Mazkur usullar nafaqat algebraik tenglamalarni yechishda, balki matematik modellashtirish, muhandislik va kompyuter hisoblashlarida ham keng qo‘llaniladi. Shu bois kvadrat uchhad ildizlarini lokalizatsiya qilish usullarini o‘rganish va amaliyotda qo‘llash sonli hisoblash samaradorligini oshirishda muhim omillardan biri hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Hojiyev Q. Oliy matematika. O‘zbekiston, Toshkent, 2002. – 548 b.
2. Sadullayev A., Xudoyberganov G., Mansurov X., Vorisov A. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to‘plami. O‘qituvchi, Toshkent, 1993. – 520 b.
3. Shokirov T., Yoqubov A. Hisoblash usullari. Tafakkur-Bo‘stoni, Toshkent, 2016. – 384 b.
4. Abdullayev A., Xudoyberganov G. Algebra va sonlar nazariyasi. O‘qituvchi, Toshkent, 2001. – 432 b.
5. Xudoyberganov G., Vorisov A. Oliy matematika asoslari. O‘zbekiston Milliy ensiklopediyasi davlat ilmiy nashriyoti, Toshkent, 2008. – 496 b.
6. Isroilov M. Hisoblash matematikasi. O‘qituvchi, Toshkent, 2008. – 368 b.
7. Rahmonqulov H. Sonli usullar va dasturlash asoslari. Fan va texnologiya, Toshkent, 2018. – 312 b.
8. Sobirov S., Yusupov B. Chiziqsiz tenglamalarni sonli yechish usullari. Fan, Toshkent, 2015. – 276 b.
9. Ayupov Sh.A. Oliy matematika. O‘zbekiston Faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, Toshkent, 2007. – 612 b.