IQRO JURNALI , IQRO JOURNAL, ИКРО ЖУРНАЛИ
ISSN:2181-4341| wordlyknowledge.uz/index.php/iqro
**Volume 22 Issue 01 IYUN 2026**

# DISKRET TASODIFIY MIQDORLAR, ULARNING MATEMATIK KUTILMALARI, DISPERSIYASI VA TAQSIMOT QONUNLARI. UZLUKSIZ TASODIFIY MIQDORLAR, ULARNING MATEMATIK KUTILMALARI, DISPERSIYASI, ZICHLIGI VA TAQSIMOT FUNKSIYALARI

**Nurkayev Shuhrat Jurayevich**
Turin politexnika universiteti akademik litseyi
oliy toifali matematika fani o‘qituvchisi
+998909280195

**Annotatsiya:** Ushbu ishda ehtimollar nazariyasining markaziy tushunchalari hisoblangan diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar, ularning xarakteristikalari hamda matematik modellari tizimli ravishda tahlil qilingan. Ishda faqat chekli yoki sanoqli qiymatlarni qabul qiluvchi diskret tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari (jadvallari) hamda ma'lum bir oraliqdagi barcha qiymatlarni qabul qila oladigan uzluksiz tasodifiy miqdorlarning taqsimot funksiyalari va ehtimollik zichlik funksiyalari o‘rtasidagi farqlar hamda bog‘liqliklar ochib berilgan. Shuningdek, tasodifiy miqdorlarning markaziy tendensiyasini ifodalovchi matematik kutilma va ularning o‘rtacha qiymat atrofida tarqoqlik darajasini belgilovchi dispersiya xossalari har ikkala miqdor turi uchun alohida, integrallar va yig‘indilar munosabati orqali matematik tahlil qilingan. Mazkur ish tasodifiy jarayonlarni modellashtirish, iqtisodiy-matematik usullar va zamonaviy ma'lumotlar tahlili (Data Science) asoslarini o‘rganuvchilar uchun mo‘ljallangan.

**Kalit so‘zlar:** Ehtimollar nazariyasi, tasodifiy miqdor, diskret tasodifiy miqdor, uzluksiz tasodifiy miqdor, taqsimot qonuni, taqsimot funksiyasi, ehtimollik zichligi, matematik kutilma, dispersiya, binomial taqsimot, normal taqsimot, integral, integral taqsimot.

**Аннотация:** В данной работе системно проанализированы центральные понятия теории вероятностей — дискретные и непрерывные случайные величины, их характеристики и математические модели. В статье раскрыты различия и взаимосвязи между дискретными случайными величинами, принимающими только конечные или счетные значения и описываемыми законами распределения (таблицами), и непрерывными случайными величинами, которые могут принимать любые значения из некоторого интервала и характеризуются функциями распределения и плотности вероятности. Также математически исследованы свойства математического ожидания, отражающего центральную тенденцию случайных величин, и дисперсии, определяющей степень их разброса вокруг среднего значения, в контексте соотношения сумм и интегралов для обоих типов величин. Работа предназначена для тех, кто изучает моделирование случайных процессов, экономико-математические методы и основы науки о данных (Data Science).

**Ключевые слова:** Теория вероятностей, случайная величина, дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, закон распределения, функция распределения, плотность вероятности, математическое ожидание, дисперсия, биномиальное распределение, нормальное распределение, интеграл.

**Abstract:** This paper systematically analyzes the central concepts of probability theory — discrete and continuous random variables, their characteristics, and mathematical models. The study clarifies the differences and relationships between discrete random variables, which take only finite or countable values and are described by probability mass functions (tables), and continuous random variables, which can take any value within a certain interval and are characterized by cumulative distribution functions and probability density functions.

Furthermore, the properties of mathematical expectation, reflecting the central tendency of random variables, and variance, determining the degree of their dispersion around the mean, are mathematically analyzed through the relationship of sums and integrals for both types of variables. This work is intended for those studying the modeling of random processes, economic-mathematical methods, and the fundamentals of Data Science.

**Keywords:** Probability theory, random variable, discrete random variable, continuous random variable, probability distribution, cumulative distribution function, probability density, mathematical expectation, variance, binomial distribution, normal distribution, integral.

## KIRISH

**Mavzuning dolzarbligi.** Bizni qurshab turgan borliqdagi barcha jarayonlar mukammal aniqlikka ega emas, ularda doimo tasodifiyat va noaniqlik elementlari mavjud bo‘ladi. Masalan, kunlik havo harorati, sotilgan mahsulotlar soni, navbatda kutish vaqti yoki ishlab chiqarilgan detalning o‘lchamidagi kichik og‘ishlarni oldindan aniq aytib bo‘lmaydi. Ehtimollar nazariyasida mana shunday tajriba natijasida tasodifiy ravishda turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo‘lgan o‘zgaruvchilar **tasodifiy miqdorlar** deb ataladi. Tasodifiy miqdorlar real dunyodagi voqea-hodisalarni matematik tilga ko‘chirish va ularni hisob-kitob qilish imkonini beruvchi eng asosiy vositadir.

Tabiatiga ko‘ra tasodifiy miqdorlar ikki guruhga — **diskret** va **uzluksiz** turlarga ajraladi. Telefoningizga kun davomida keladigan qo‘ng‘iroqlar soni kabi faqat alohida, butun va sanoqli qiymatlarni qabul qiluvchi miqdorlar diskret hisoblansa; avtomobilning yo‘ldagi tezligi yoki daryodagi suv sathi kabi ma'lum bir oraliqdagi cheksiz ko‘p qiymatlarni qabul qila oladigan miqdorlar uzluksiz tasodifiy miqdorlar sirasiga kiradi. Ushbu ikki xil miqdor o‘zining hisoblanish uslubiyoti, taqsimot qonuniyatlari, zichlik funksiyalari hamda matematik apparati (yig‘indilar yoki integrallar) bilan bir-biridan tubdan farq qiladi.

Bugungi kunda sun'iy intellekt, mashinali o‘qitish (Machine Learning), moliya va sug‘urta tizimlari, kvant fizikasi hamda iqtisodiy prognozlash sohalarining barcha algoritmlari aynan mana shu tasodifiy miqdorlarning **matematik kutilmasi** (o‘rtacha kutilayotgan natija) va **dispersiyasi** (xavf-xatar va og‘ish darajasi) kabi miqdoriy xarakteristikalarga tayanadi. Shu sababli, diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlarning qonuniyatlarini chuqur tadqiq etish zamonaviy ilm-fan va amaliyot uchun o‘ta dolzarb hisoblanadi.

**Tadqiqotning obyekti va predmeti.** Tadqiqot obyekti — tasodifiy xarakterga ega bo‘lgan real hayotiy va texnik jarayonlardir. Tadqiqot predmeti esa ushbu jarayonlarni ifodalovchi diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar, ularning taqsimot va zichlik funksiyalari hamda asosiy sonli xarakteristikalari (matematik kutilma va dispersiya) hisoblanadi.

**Tadqiqotning maqsad va vazifalari.** Mazkur ishning asosiy maqsadi — diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlarning matematik tabiatini ochib berish va ularning o‘zaro farqli hamda o‘xshash jihatlarini tizimli tahlil qilishdir. Ushbu maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalarni bajarish belgilab olindi:

1. Diskret tasodifiy miqdorlar va ularning taqsimot qonuniyatlarini aniqlash, ular uchun matematik kutilma va dispersiyani hisoblash usullarini ko‘rsatish.
2. Uzluksiz tasodifiy miqdorlar tushunchasini integral hisob bilan bog‘lagan holda o‘rganish, ularning taqsimot funksiyasi va ehtimollik zichligi xossalarini yoritish.
3. Har ikkala tasodifiy miqdor turi uchun matematik kutilma va dispersiyaning xossalarini solishtirish va umumlashtirish.
4. Ushbu tushunchalarning amaliy masalalarni (masalan, normal yoki binomial taqsimotlar yordamida) yechishdagi rolini tahlil qilish.

Ushbu tadqiqot ishi ehtimollar nazariyasining fundamental modellarini chuqurroq anglashga va murakkab tasodifiy tizimlarni statistik tahlil qilish ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

Diskret taqsimotga ega tasodifiy miqdor.

Amaliy masalalarda odatda ikki turdagi tasodifiy miqdorlar qo'llaniladi:

diskret va uzluksiz.

**Ta'rif 1.** Qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari chekli yoki sanoqli bo’lgan tasodifiy miqdorlar diskret deb ataladi.

**Ta'rif 2.** X tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deb $x_1$, $x_2$,…,$x_k$ tasodifiy miqdorning qiymatlari va ularning $p_1$, $p_2$,…,$p_k$ ro’y berishi ehtimolliklari o'rtasidagi moslikka aytiladi.

Taqsimot qonuni jadval, formula yoki grafik ko'rinishida berilishi mumkin.

| X | $x_1$ | $x_2$ | … | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| P | $p_1$ | $p_2$ | … | $p_n$ |

Diskret tasodifiy miqdor uchun quyidagi shart bajariladi:

$$p_1+p_2+\ldots+p_k=1$$

**Ta'rif 3.** X diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb quyidagi formula bilan hisoblanadigan songa aytiladi:

$$\mathbf{MX=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_kp_k}$$

**Ta'rif 4.** X diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb quyidagi formula bilan hisoblanadigan songa aytiladi:

$$\mathbf{DX=M(X-MX)^2}$$

**Misol 1.** Berilgan taqsimot qonuni bo’yicha diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini hisoblang.

| X | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| P | 0,3 | 0,5 | 0,2 |

Yechim. $MX=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3=1\cdot0,3+3\cdot0,5+5\cdot0,2=2,8$

$$DX=(1-2,8)^2\cdot0,3+(3-2,8)^2\cdot0,5+(5-2,8)^2\cdot0,2=0,972+0,02+0,968=1,92$$

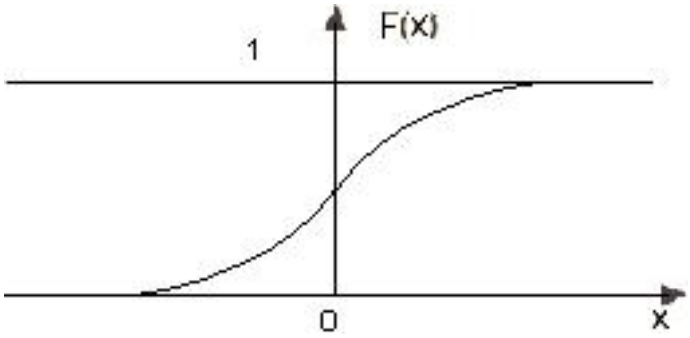
**Uzluksiz tasodifiy miqdor.**

Qiymatlari uzluksiz ravishda biror intervalni to'ldiradigan (masalan, ko’chadagi havo harorati) tasodifiy miqdorni **uzluksiz** deb ataymiz.

Faraz qilaylik, X tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari biror bir [a ; b] oraliqdagi ixtiyoriy qiymatlar bo’lsin. Tasodifiy miqdorning (diskret tasodifiy miqdor uchun ham) **integral taqsimot qonuni** tasodifiy miqdorning x dan kichik qiymatlarni qabul qilishi ehtimolligini aniqlaydigan funksiya hisoblanadi:

$$\mathbf{F(x)=P(X<x)\ .}$$

Uzluksiz taqsimot uchun F(x) funksiyaning grafigi quyidagi rasmda ko'rsatilgan taxminiy shaklga ega.



Uzluksiz tasodifiy funksiya berilgan deb hisoblanadi, agar uning F(x) taqsimot funksiyasi ma'lum bo'lsa,.

Taqsimot zichligi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

**f(x)=F'(x).**

Har qanday zichlik uchun quyidagi formula o'rinli:

$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f(x)dx=1}$.

**Ta'rif 5.** Uzluksiz X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb quyidagi formula bilan hisoblanadigan songa aytiladi:

$$\mathbf{MX=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx}$$

**Ta'rif 6.** Uzluksiz X tasodifiy miqdor kutilmasining dispersiyasi deb quyidagi formula bilan hisoblanadigan songa aytiladi:

$$\mathbf{DX=M(X-MX)^2}$$

**Misol 2.** Tasodifiy miqdorning zichligi

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & x\in[0;2]\\ 0, & x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\end{cases}$$

bo'lsa, uning matematik kutilmasi va dispersiyasini hisoblang.

Yechim. Matematik kutilma va dispersiya ta'rifidan quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$MX=\int_0^2 xf(x)dx=\int_0^2 \frac{x^2}{2}dx=\frac{x^3}{6}\Big|_0^2=\frac{2^3}{6}-\frac{0^3}{6}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3},$$

$$DX=M(X-MX)^2$$

$$DX=\int_0^2 \left(x-\frac{4}{3}\right)^2 f(x)dx==\int_0^2 \frac{\left(x-\frac{4}{3}\right)^2 x}{2}dx=\int_0^2 \left(\frac{x^3}{2}-\frac{4x^2}{3}+\frac{8x}{18}\right)dx=2-\frac{32}{9}+\frac{16}{9}=\frac{2}{9}$$

**XULOSA**

Ushbu tadqiqot ishi doirasida ehtimollar nazariyasining markaziy ustunlari bo'lgan diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar, ularning taqsimot qonuniyatlari hamda sonli xarakteristikalari nazariy va uslubiy jihatdan atroflicha o'rganildi. Olingan natijalar asosida quyidagi muhim xulosalarga kelindi:

1. **Matematik apparatning o'ziga xosligi:** Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar tasodifiy jarayonlarni modellashtirishda ikki xil yondashuvni talab etadi. Diskret miqdorlar sanoqli qiymatlarga ega bo'lgani uchun ular bilan ishlashda kombinatorika va diskret yig'indilar (∑) hisobiga tayanilsa, uzluksiz miqdorlar cheksiz oraliqlarni qamrab olgani sababli matematik tahlil va integral hisob apparatidan foydalanishni taqozo etadi.

2. **Zichlik va Taqsimot funksiyalarining o'rni:** Uzluksiz tasodifiy miqdorlarni tahlil qilishda ehtimollik zichligi (f(x)) va integral taqsimot funksiyasi (F(x)) xossalari o'ta muhim rol o'ynaydi. Ular miqdorning ma'lum bir nuqtadagi emas (chunki uzluksiz miqdorda bitta nuqtadagi ehtimollik nolga teng), balki ma'lum bir intervalda yotish ehtimolligini aniq hisoblash imkonini beradi.

3. **Miqdoriy xarakteristikalarning fundamental qiymati:** Har ikki turdagi tasodifiy miqdor uchun ham **matematik kutilma** va **dispersiya** tushunchalari eng asosiy ko'rsatkichlar hisoblanadi. Matematik kutilma tasodifiy jarayonning uzoq muddatli o'rtacha natijasini (markazini) bashorat qilsa, dispersiya ushbu natijadan chetlashish (og'ish) va xavf-xatar (risk) darajasini o'lchaydi. Aynan mana shu xarakteristikalar murakkab tizimlarni boshqarishda poydevor vazifasini o'taydi.

4. **Amaliy universalik:** Tadqiqot davomida ko‘rib chiqilgan binomial, Puasson (diskret) hamda ko‘plab tabiiy va ijtimoiy jarayonlarga mos keluvchi normal taqsimot (uzluksiz) qonuniyatlari real hayotiy masalalarning matematik yechimlaridir. Bugungi kunda moliya bozorlarini tahlil qilish, sug‘urta xavflarini baholash, sun’iy intellekt neyron tarmoqlarini optimallashtirish va telekommunikatsiya tarmoqlaridagi yuklamalarni hisoblash aynan shu taqsimotlar asosiga qurilgan.

**Umumiy yakun.** Xulosa qilib aytganda, diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlarni, ularning xossalari va xarakteristikalarini chuqur anglash — tartibsiz va tasodifiy ko‘ringan hodisalar ortidagi qat’iy matematik qonuniyatlarni ko‘ra bilish demakdir. Mazkur ishda tizimlashtirilgan teoremalar va uslublar noaniqlik sharoitida to‘g‘ri iqtisodiy, texnik va boshqaruv qarorlarini qabul qilishda eng ishonchli ilmiy-metodik asos bo‘lib xizmat qiladi.

## A D A B I Y O T L A R

1. Sh.A. Alimov, A.R. Xalmuhamedov, M.A. Mirzahmedov. Algebra va analiz asoslari. 10 – sinf uchun darslik. T., O‘qituvchi, 2003.
2. Sh.A. Alimov, A.R. Xalmuhamedov, M.A. Mirzahmedov. Algebra va analiz asoslari. 11 – sinf uchun darslik. T., O‘qituvchi, 2004.
3. А.Н. Колмогоров и др. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов средней школы. М., Просвещение, 1990 .
4. Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд. Алгебра и математический анализ для 10 классов. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М., Просвещение, 1992.
5. Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд. Алгебра и математический анализ для 11 классов. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М., Просвещение, 1998.
6. Э.М.Сайдаматов, А.К,Аманов, А.С.Юнусов, С.С.Хаджабагян. Алгебра и основы математического анализа., часть 1. Учебное пособие для учащихся академических лицеев с углубленным изучением математики. Т. «Ўқитувчи». 2016.
7. Э.М.Сайдаматов, А.К,Аманов, А.С.Юнусов, С.С.Хаджабагян. Алгебра и основы математического анализа. Часть 2. Учебное пособие для учащихся академических лицеев с углубленным изучением математики. Т. «Илм зиё». 2016.
8. Сканави и др. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы. М., Мир и образование, 2001.
9. М.А.Мирзахмедов, Ш.Н.Исмаилов, А.К,Аманов, Алгебра и начала анализа. Часть 1, 2.Учебник для 10 классов, средних образовательных учреждений и учащихся академических лицеев Т. ООО «Extremumpress». 2017.
10. М.А. Мирзахмедов, Ш.Н. Исмаилов, А.К, Аманов, Алгебра и начала анализа. Часть 1, 2.Учебник для 11 классов, средних образовательных учреждений и учащихся академических лицеев Т. «Zaminnashr». 2018.
11. Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева. Математическая логика. Санкт-Петербург, 1999 .
12. И.М. Уваренков, М.З. Маллер. Курс математического анализа, Т. 1. М., Просвещение, 1966.
13. A.U. Abduhamedov, H.A. Nasimov, U.M. Nosirov, J.H. Husanov. Algebra va matematik analiz asoslari, I qism. T., O‘qituvchi, 2003.
14. А.П. Карп. Сборник задач по алгебре и началам анализа. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М., Просвещение, 1995.

15. С.Н. Олехник, М.К. Потапов, П.И. Пасиченко. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. Справочник. М., МГУ, 1991.
16. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М., Просвещение, 1992.
17. Л.И. Звавич, Л.Я. Шляпочник, М.В. Чинкина. Алгебра и начала анализа для 8-11 классов. Пособие для школ и классов с углубленным изучением математики. М., Дрофа, 2002.