IQRO JURNALI , IQRO JOURNAL, ИКРО ЖУРНАЛИ
ISSN:2181-4341| wordlyknowledge.uz/index.php/iqro
Volume 22 Issue 01 IYUN 2026

QIRRALAR UZUNLIKLARI TURLI BO'LGAN GRAFDA QUVISH-QOCHISH O'YINI

Mamatov Jurabek Saydullayevich
Guliston davlat universiteti, katta o'qituvchisi
Musurmonova Xusnora Oybek qizi
Guliston davlat universiteti, 4-24 guruh talabasi
Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.20630763

Annotatsiya. Mazkur maqolada qirralari uzunliklari turli bo'lgan chekli, bog'lamli grafda quvish-qochish masalasi o'rganilgan. R^3 fazoda to'g'rilanuvchi qirralardan tashkil topgan graf qirralari uchun $a < l_i < 2a\ (i = 1,8)$ shart bajarilsa $\rho_1 = \rho_2 = \sigma = 1$ bo'lganda o'yin qochuvchi foydasiga, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \sigma = 1$ bo'lgan holda o'yin quvuvchilar foydasiga hal bo'lishi isbotlangan.

Kalit so'zlar: quvish masalasi, simmetrik harakat, daraxt, chekli graf, bog'lamli graf, yakkalangan qirra, sikl, insidient.

Kirish. Graflarda dinamik o'yinlarning bir nechta turlari mavjud bo'lib, ulardan dastlabkisi va chuqur o'rganilgani abstrakt graflardagi o'yinlar sinfidir. Bunday o'yin bilan bir qator taniqli matematiklar R. J. Novakovskiy, A. Quilliot, M. Aigner, M. Fromme, T. Andrea, A. Bonato va boshqa matematiklar ilmiy izlanishlar olib borib, salmoqli natijalar olishgan [2-3], [7]. Geometrik graflardagi dinamik o'yinlarning nisbatan torroq, lekin qiziqarli sinfi – bu grafning qirralari bo'ylab harakatlanuvchi nuqtalarning quvish-qochish o'yinidir. Barcha qirralari uzunliklari teng deb olingan Γ graf ustida quvish-qochish o'yinlari A. A. Azamov, A. Sh. Kuchkarov, G'. Ibragimov, T. Ibaydullayev va A. G'. Xolboyevlarning ishlarida o'rganilgan va diqqatga molik natijalar olingan [1], [5], [8-10].

Lekin grafning qirralari uzunliklari bir xil bo'lmasin deb qaralsa olingan natijalar farqli bo'ladi va masala murakkablashadi. Tomonlari uzunliklari turli bo'lgan holda, R^3 fazodagi tetraedning qirralaridagi quvish-qochish o'yinini Azamov A. va Ibaydullayev T. lar o'rganishgan.

Maqola R^3 fazoda tasvirlangan uzunliklari turli qirralaridan iborat grafda maksimal tezliklari teng bo'lgan nuqtalar harakatini boshqaradigan quvuvchi va qochuvchi ishtirokidagi quvish-qochish masalasiga bag'ishlangan. O'yinda biror chekli vaqtda biror quvuvchi nuqta qochuvchi bilan grafning biror qirrasida bo'lsa qochuvchi quvuvchiga tutiladi. Qochuvchi cheksiz vaqt davomida hech qaysi quvuvchi nuqta bilan grafning hech bir qirrasida bo'lmasa o'yin qochuvchi foydasiga hal bo'ladi. O'yinda qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam sonini topish asosiy masaladir. R^3 fazoda berilgan graf uchun qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam soni $N(\Gamma)$ natural son topilgan.

Tadqiqot ob'yekti va qo'llanilgan metodlar.

R^3 fazoda tasvirlash mumkin bo'lgan, qirralari uzunlikluru turli bo'lgan, chekli, bog'lamli kamida bitta siklga ega bo'lgan graflar hamda ularda quvish-qochish masalasini qurish uchun isbotlangan teoremalar mazkur ishning ob'yektini tashkil etadi.

Ushbu maqolada berilgan graf uchun tezliklari bir xil bo'lganda quvuvchi va qochuvchilar soni qanday bo'lganda o'yinni yakunlash kimni foydasiga hal bo'lishi masalasi o'rganiladi.

Graf qirralari bo'ylab harakatlanadigan $P = (P_1, P_2, ..., P_n)$ quvuvchi va Q qochuvchi ishtirokidagi quvish-qochish o'yinida o'yinchilarning maqsadi yutish. Quvuvchining maqsadi, biror chekli vaqtda biror quvuvchi va qochuvchi nuqtalar grafning biror

qirrasida (quvuvchi va qochuvchi nuqtalar qirraning uchlarida bo‘lsa ham bir qirrada deb olinadi) bo‘lish–quvuvchi qochuvchini tutadi, qochuvchining maqsadi esa, ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy quvuvchi va qochuvchi nuqtalar grafning hech qaysi qirrasida bo‘lmaslik–qochuvchi quvuvchilarga tutilmaydi.

Bunday o’yinlarda o’yinchilar bir–biriga nisbatan simmetrik harakat qilish metodidan foydalanadi.

Simmetrik harakat– $x_1, x_2, ..., x_n$, n 2 nuqtalar harakati bilan boshqariluvchi quvuvchi nuqta hamda y nuqta harakati bilan boshqariluvchi qochuvchi nuqtalar uchun biror t $[0,T]$ vaqt mobaynida $x_k(t) = y(t)$, $(k = \overline{1,n})$ traektoriya hosil bo’ladi. Ravshanki, bu traektoriya Γ ga tegishli bo’ladi hamda o’yin shartiga ko’ra $\frac{dx_k(t)}{dt} = \rho_k$, $\frac{dy(t)}{dt} = \sigma$ tenglikka ega bo’lamiz.

Olingan natijalar va ularning tahlili.

Agar Γ chekli daraxt bo‘lsa, u holda quvish-qochish o‘yinida (grafning barcha qirralari uzunliklari bir xil) bitta quvuvchi qochuvchini tutadi. O‘yinda quvuvchining maksimal tezligi $\rho > 0$ bo‘lishi yetarli.

Endi Γ chekli daraxtning barcha qirralari uzunliklari bir xil bo‘lmasin deb olib quvish-qochish o‘yinini qaraylik.

Masala. Agar Γ chekli daraxtda $\rho > 0, \sigma = 1$ bo’lsa, u holda quvuvchi qochuvchini tutadi, yani $N(\Gamma) = 1$ bo‘ladi.

Bu quvish masalasi bo‘lib, o‘yin ixtiyoriy holatdan boshlanganida ham, quvuchining shunday strategiyasi mavjudki, qochuvchi har qanday strategiya qo‘llasa ham, chekli vaqtdan keyin qochuvchi quvuchiga tutiladi. Quvuvchi harakatini darajasi 1 ga teng bo’lgan biror uchdan boshlab unga qo’shni bo’lgan darajasi 1 dan katta uchga keladi. Agar qochuvchi shu uchdan chiquvchi yakkalangan qirralardan birida bo’lsa o’yin tugaydi. Quvuvchi o’yinni daraxtning qirralari bo’ylab shunday davom ettiradiki, qochuvchi o’yin oxirida albatta quvuvchi o’tmagan yakkalangan qirralardan biriga o’tishga majbur bo’ladi.

$\Gamma-$ qirralari uzunliklari turlicha, kamida bitta siklga ega bog’lamli, chekli graf bo’lsin.

Masala. Agar $\rho = \sigma = 1$ bo’lsa, u holda Γ da qochuvchi quvuvchini tuta olmaydi, yani $N(\Gamma) > 1$ bo’ladi.

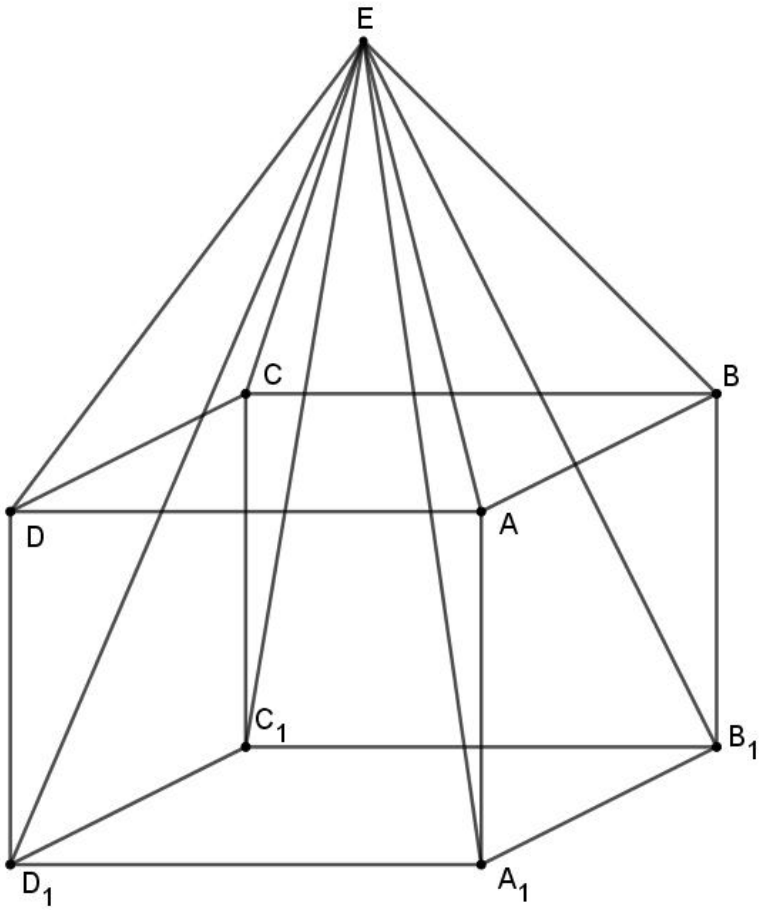
O’yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo’lsin. Chekli t_1 $[0,T]$ vaqtdan so’ng qochuvchi nuqta Γ grafning S siklga tegishli biror e_i qirrasida bo’ladi. Quvuchi qanday harakat qilmasin qochuvchi S siklning yangi qirralari bo’ylab harakatini davom ettiradi. Graf bog’lamli bo’lganligi sababli bunday traektoriya har doim mavjud bo’ladi.

$\Gamma-$ graf asosi kubdan iborat bog’lamli, chekli graf bo’lsin. Umumiylikka zarar keltirmasdan graf qirralarini to’g’rilanuvchi siniq chiziqlardan tashkil topgan, grafning o’zini esa R^3 da tasvirlash mumkin deb faraz qilamiz. A, B, C, D va A_1, B_1, C_1, D_1 nuqtalar tomoni uzunligi a ga teng asosning qarama-qarshi yoqlari uchlari bo’lsin. E nuqta bilan asosning uchlarini tutashtiruvchi qirralar uchun $a < l_i < 2a$ $(i = 1,8)$ tengsizlik o’rinli bo’lsin.

Teorema. Agar $\rho_1 = \rho_2 = \sigma = 1$ **bo'lsa, u holda** Γ **grafda quvuvchilar qochuvchini tuta olmaydi yani** $N(\Gamma) > 2$ **bo'ladi.**

XULOSA

Mazkur tadqiqotda qirralari uzunliklari turlicha bo‘lgan chekli va bog‘lamli graflarda



quvish–qochish o‘yini masalasi o‘rganildi. Tadqiqot jarayonida graflarda harakatlanuvchi quvuvchi va qochuvchi nuqtalarning strategiyalari tahlil qilinib, ularning maksimal tezliklari teng bo‘lgan holatda o‘yinning yakuniy natijasiga ta’sir etuvchi omillar aniqlab berildi. Xususan, qirralari uzunliklari teng bo‘lgan graflarga nisbatan qirralar uzunliklari turlicha bo‘lgan graflarda quvish masalasi ancha murakkablashishi ko‘rsatildi.

References:

1. Azamov A. A., Kuchkarov A. Sh., Holboyev A. G. The pursuit-evasion game on the 1-skeleton graph of regular polyhedron. //Automation and Remote Control, 2017.(78) 4.-P. 754-761.
2. Bollodas B., Kun G., Leader I. Cops and robbers in a random graph. Preprint, 2011.-P. 158.
3. Bonato A., Nowakowski R. J. The game of cops and robbers on graphs, Student Mathematical Library. // American Mathematical Society, Providence, Vol. 61.RI, 2011. -P. 661-669.
4. Coxeter H. S. M. Introduction to Geometry. New York: John Wiley and Sons, Inc. 1961.-P. 486.

5. Ibragimov G., Holboyev A., Ibaydullaev T., Pansera B. A. Pursuit differential game on the 1-skeleton graph of the icosahedron, Mathematics 2022, 10, 1435. https://doi.org/10.3390/math10091435.
6. Azamov A. A., Kuchkarov A. Sh., Holboyev A. G. The pursuit-evasion game on the 1-skeleton graph of regular polyhedron. //Automation and Remote Control, 2019. (80) 1.- P. 164-170.
7. Nowakowski R. J. Unsolved problems in combinatorial games. //Games of no chance. 2019. (5) 1.- P.125-168
8. Азамов А. А., Ибайдуллаев Т. Т. Дифференциальная игра сближения-уклонения с медленными преследователями на графе ребер симплекса. I. //Математическая Теория Игр и её Приложения, 2020. (12) 4.- С. 7-23.
9. Азамов А. А., Кучкаров, А. Ш., Холбоев А. Г. Игра преследования-убегания на реберном остове правильных многогранников III. //Математическая Теория Игр и её Приложения, 2019. (12) 4. - С. 5-23.
10. Азамов А. А., Кучкаров, А. Ш., Холбоев А. Г. Игра преследования-убегания на реберном остове правильных многогранников при наличии "медленных", преследователей. //Uzbek mathematical Journal, 2017. 1. - С. 140-145.