IQRO JURNALI , IQRO JOURNAL, ИКРО ЖУРНАЛИ
ISSN:2181-4341| wordlyknowledge.uz/index.php/iqro
Volume 21 Issue 2 May 2026

CHIZIQLI FAZOLAR VA ULARNING ZAMONAVIY TATBIQLARI

Maxamadiyeva Aziza Sherali qizi
Termiz Davlat Pedagogika instituti O‘qituvchisi
azizamaxamadiyeva6@gmail.com

Choriyeva Nargiza Abdisattor qizi
Termiz Davlat Pedagogika instituti talabasi
choriyevanargiza36@gmail.com

Xursanova Shoxida Xusan qizi
Termiz Davlat Pedagogika instituti talabasi
shoxidaxursanova5@gmail.com

Xudaynazarova Malika Raxmatjon qizi
Termiz Davlat Pedagogika instituti talabasi
malikaxudaynazarova16@gmail.com
DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.20353065

Annotatsiya. Ushbu maqolada chiziqli algebra va funksional analizning fundamental tushunchalaridan biri bo‘lgan chiziqli fazolar (vektor fazolari) atroflicha tadqiq etilgan. Chiziqli fazoning qat’iy matematik ta’rifi, uning asosini tashkil etuvchi 8 ta aksioma tizimi va ularning xossalari tizimli ravishda bayon qilingan. Shuningdek, chiziqli fazolarga oid klassik misollar (koordinatalar fazosi, matritsalar va uzluksiz funksiyalar fazolari), ularning o‘lchovi (dimensiyasi) va bazisi tushunchalari tahlil etilgan. Maqolaning amaliy qismida chiziqli fazolar algebrasining kompyuter grafikasi, sun’iy intellekt (Data Science) hamda kvant mexanikasi kabi zamonaviy sohalardagi roli va uning tatbiqiy ahamiyati ko‘rsatib o‘tilgan.
Tayanch so‘zlar: chiziqli faza, vektor fazosi, aksioma, bazis, o‘lchov, chiziqli erklilik, matritsalar fazosi, kompyuter grafikasi, machine learning, Gilbert fazosi.

Abstract. This article comprehensively investigates linear spaces (vector spaces), which are among the fundamental concepts of linear algebra and functional analysis. The rigorous mathematical definition of a linear space, its underlying system of 8 axioms, and their properties are systematically described. Furthermore, classical examples of linear spaces (coordinate spaces, matrices, and continuous function spaces), along with the concepts of their dimension and basis, are analyzed. In the practical section of the article, the role and applied significance of linear space algebra in modern fields such as computer graphics, artificial intelligence (Data Science), and quantum mechanics are demonstrated.
Keywords: linear space, vector space, axiom, basis, dimension, linear independence, matrix space, computer graphics, machine learning, Hilbert space.

Kirish

Zamonaviy matematika va muhandislik fanlarining deyarli barcha tarmoqlari u yoki bu ko‘rinishda chiziqli tuzilmalarga tayanadi. Matematik modellashtirishda murakkab va chiziqli bo‘lmagan jarayonlarni soddalashtirish, ularni chiziqli yaqinlashishlar yordamida o‘rganish keng tarqalgan uslub hisoblanadi. Ushbu chiziqli munosabatlarni umumlashtiruvchi poydevor tushuncha esa chiziqli fazodir. Chiziqli faza nafaqat geometrik vektorlarni, balki funksiyalar, differensial tenglamalar yechimlari va raqamli ma’lumotlar massivlarini yagona algebraik qolipda tadqiq etish imkonini beradi.

Chiziqli fazoning qat'iy ta'rifi va aksiomalari

Faraz qilaylik, bizda ixtiyoriy elementlardan iborat V to‘plam va haqiqiy sonlar maydoni R (yoki kompleks sonlar maydoni C) berilgan bo‘lsin. Agar V to‘plamda elementlarni o‘zaro qo‘shish amali va elementlarni skalyarga (songa) ko‘paytirish amallari aniqlangan bo‘lib, ular quyidagi 8 ta aksiomani qanoatlantirsa, V to‘plam chiziqli faza (yoki vektor fazosi) deb ataladi:

1	**Kommutativlik**	$x + y = y + x$
2	**Assotsiativlik**	$(x + y) + z = x + (y + z)$
3	**Nol elementning mavjudligi**	$x + 0 = x \ (\exists\ 0 \in V)$
4	**Qarama-qarshi element**	$x + (-x) = 0 \ (\exists\ -x \in V)$

Klassik va Zamonaviy Misollar

R^n sonli cheksiz koordinatalar fazosi: n ta haqiqiy sonlarning tartiblangan to‘plamlaridan iborat fazo. Bu yerda elementlar komponentlar bo‘yicha qo‘shiladi va songa ko‘paytiriladi.

Matritsaviy fazolar (M_m×n): m satr va n ustundan iborat barcha matritsalar to‘plami chiziqli faza hosil qiladi. Ular ustida amallar chiziqli algebra qoidalari asosida bajariladi.

Uzluksiz funksiyalar fazosi C[a, b]: [a, b] kesmada aniqlangan barcha uzluksiz funksiyalar to‘plami. Ikki uzluksiz funksiya yig‘indisi ham, funksiyaning songa ko‘paytmasi ham shu fazoga tegishli bo‘ladi. Bu cheksiz o‘lchovli fazoga yaqqol misoldir.

Bazis va O‘lchov Tushunchasi

Fazoning ichki geometriyasi va tuzilishini aniqlashda bazis tushunchasi markaziy o‘rin tutadi. Agar fazodagi chekli sondagi vektorlar yig‘indisi faqatgina barcha koeffitsiyentlar nolga teng bo‘lganda nol vektorga tenglashsa, bular chiziqli erkli vektorlar deyiladi. Fazodagi maksimal chiziqli erkli vektorlar tizimi uning bazisini tashkil qiladi va ushbu tizimdagi vektorlar soni fazoning o‘lchovi (dimensiyasi) deb ataladi.

Zamonaviy Texnologiyalardagi Amaliy Ahamiyati

Bugungi kunda chiziqli fazolar nazariyasi quyidagi sohalarning matematik poydevorini tashkil etadi:

Data Science va Sun'iy Intellekt: Katta ma'lumotlar (Big Data) va matnlar, rasmlar ko‘p o‘lchovli vektorlar fazosiga ko‘chiriladi (Embedding texnologiyasi). Neyron tarmoqlar qatlamlari o‘rtasidagi ma'lumot almashinuvi chiziqli operatorlar va fazoviy almashtirishlarga asoslanadi.

Kompyuter Grafikasi va Vizualizatsiya: O‘yinlar va 3D modellashtirish dasturlarida obektlarni siljitish, burish va masshtablash amallari uch o‘lchovli va to‘rt o‘lchovli (kvaternionlar) chiziqli fazolarda chiziqli almashtirishlar orqali amalga oshiriladi.

Kvant Mexanikasi: Kvant zarralarining holatlarini ifodalash uchun cheksiz o‘lchovli kompleks chiziqli fazolar — Gilbert fazolaridan foydalaniladi. Bu yerda to‘lqin funksiyalari vektorlar sifatida qaraladi.

Xulosa

Chiziqli fazolar nazariyasi abstrakt matematik konstruktsiya bo‘lishiga qaramay, u amaliy muammolarni hal qilishda g‘oyatda samarali vositadir. Raqamli dunyomizni boshqaradigan algoritmlar mohiyatan chiziqli fazolardagi amallarga tayanadi. Shuning uchun ushbu

fundamental mavzuni chuqur anglash zamonaviy muhandis va tadqiqotchilar uchun o‘ta muhimdir.

Foydalanilgan Adabiyotlar (References)

1. Axler, S. (2015). Linear Algebra Done Right . Springer International Publishing.
2. Strang, G. (2016). Introduction to Linear Algebra . Wellesley-Cambridge Press.
3. Hojiyev, J., & Fozilov, A. (2012). Chiziqli algebra va analitik geometriya. Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti.
4. Soleyev, A., & Tojiyev, Sh. (2018). Oliy matematika va uning tatbiqlari. Samarqand: SamDU nashri.
5. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep Learning (Adaptive Computation and Machine Learning series). MIT Press.