ISSN: 2181-4341, IMPACT FACTOR (RESEARCH BIB) – 9.145, SJIF – 5,431

Inomova Ozodaxon Shavkatjon qizi

Namangan Davlat Universiteti talabasi

https://orcid.org/0009-0007-1580-9178

e-mail: shavkatjonovna0217@gmail.com

NOCHIZIQ TENGLAMALARNI SONLI YECHISHDA ITERATSION USULLAR TAHLILI(MATHCAD DASTURIDA)

Annotatsiya

Ushbu maqolada nochiziq tenglamalarni sonli yechishda qo'llaniladigan iteratsion usullardan oddiy iteratsiya hamda Nyuton iteratsiya usullari ko'rib chiqilgan. Tadqiqotda ushbu usullar Mathcad dasturida olib borilgan hamda hisoblash samaradorligi solishtirilgan. Olingan natijalar iteratsion usullarni tanlashda boshlang'ich yaqinlashuv va tenglama xossalari muhim ahamiyatga ega ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar

nochiziq tenglama, oddiy iteratsiya usuli, Nyuton iteratsiya usuli, Mathcad, yaqinlashuv.

ANALYSIS OF ITERATIVE METHODS FOR THE NUMERICAL SOLUTION OF NONLINEAR EQUATIONS (IN THE MATHCAD SOFTWARE ENVIRONMENT)

Abstract

This article examines iterative methods used for the numerical solution of nonlinear equations, specifically the simple iteration and Newton iteration methods. The study implements these methods in Mathcad and compares their computational efficiency. The results demonstrate that the choice of an iterative method significantly depends on the initial approximation and the properties of the equation.

Keywords

nonlinear equation, simple iteration method, Newton iteration method, Mathcad, convergence.

АНАЛИЗ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ MATHCAD)

Аннотация

В данной статье рассматриваются итерационные методы, применяемые для численного решения нелинейных уравнений, в частности методы простой итерации и итерации Ньютона. Исследование проведено с использованием Mathcad, а также выполнено сравнение их вычислительной эффективности. Полученные результаты

показывают, что выбор итерационного метода существенно зависит от начального приближения и свойств уравнения.

Ключевые слова

нелинейное уравнение, метод простой итерации, метод итерации Ньютона, Mathcad, сходимость.

Kirish

Nochiziq tenglamalar matematika, fizika, muhandislik va ko’plab sohalarda keng qo’llaniladi. Bunday tenglamalarni analitik usulda yechish har doim ham mumkin emas, ayniqsa murakkab yoki noaniq funksiyalar uchun. Shu sababli, sonli usullar orqali taqribiy yechim topish amaliy va ilmiy jihatdan katta ahamiyatga ega. Sonli usullar yordamida tenglamaning ildizi yoki ildizlari aniqlanadi va ularni kompyuter muhitida hisoblash qulayligi ta’minlanadi. Nochiziq tenglamalarni yechishda turli iteratsion yondashuvlar keng qo‘llaniladi. Masalan, Nyuton iteratsiya usuli tez yechim beradi, oddiy iteratsiya esa soddaligi bilan ajralib turadi. Shu bilan birga, har bir usulning o‘z cheklovlari va samaradorligi mavjud. Bu esa amaliy masalalarda to‘g‘ri usulni tanlashni talab qiladi. Ushbu maqolada oddiy iteratsiya va Nyuton iteratsiyasi usullari Mathcad muhitida tahlil qilinadi. Tadqiqotning maqsadi — ushbu iteratsion usullarni sonli yechimlarda solishtirish, ularning yaqinlashuv tezligi, aniqligi va hisoblash samaradorligini aniqlashdir. Bu usullarda boshlang‘ich qiymat tanlash va funksiyaning xossalari iteratsion usulni tanlashda muhimligini ko’rishimiz mumkin. Mathcad dasturi bu usullarni yanada tez va qulay bajarilish imkonini beradi. U inson mehnatini yengillashtiradi va tez natija beradi.

Metodlar

Nochiziq tenglamalarda noma’lum o’zgaruvchilar chiziqli ko’rinishda bo’lmaydi. Ularga misol qilib kvadrat tenglamalar, kubik tenglamalarni olishimiz mumkin. Bunday tenglamalarni analitik yechimini topish unchalik ham muammo tug’dirmaydi. Ammo ko’p nochiziq tenglamalarda yechim topish muammosi yotadi. Bunday hollarda biz taqribiy yechish uchun sonli usullardan foydalanamiz.

Oddiy iteratsiya usuli.

Bizga $f(x)=0$ nochiziq tenglama berilgan bo’lsin.

Oddiy iteratsiya usulida biz tenglamani $x=g(x)$ ko’rinishga keltirib yechim qidiramiz. Bu yerda $g(x)$ funksiyani shunday tanlash kerakki, iteratsiya barqaror bo’lsin.

Iteratsiya formulasi:

$$x_{k+1}=g(x_k)$$

$$k=0,1,2\ldots\ldots$$

Nyuton iteratsiya usuli.

Bizga $f(x)=0$ nochiziq tenglama berilgan bo’lsin.

Nyuton iteratsiya usulida nochiziq tenglama yechimini quyidagi formula orqali aniqlaymiz:

$$x_{k+1}=g(x_k)=x_k-f(x_k)/\dot{f}(x_k)$$

Mathcad dasturi.

Mathcad dasturi turli masalalarni yechishga mo'ljallangan sistema hisoblanadi. Bu atama MATH- matematika va CAD-avtomatik loyihalash sistemasi ma'nosida keladi. Mathcad dasturida formulalar, matnlar, grafiklar hamda sonlar bilan ishlash mumkin. Mathcad har qanday murakkab masalalarni yechish imkonini beradi. Bu dasturda berilgan masala kiritilsa, avtomayik yechim , grafik olish mumkin. Dastur inson aqliy faoliyatini yengillashtiradi.

Results

Bizga ushbu misol berilgan bo'lsin:

$$f(x)=e^{-0,4x^2}-0,5x^2+1=0$$

Bu tenglamani analitik yechimini topish biroz muammo tug'diradi. Yechimni sonli usullarda taqribiy topamiz.

Oddiy iteratsiya usulida yechimi.

$f(x)=e^{-0,4x^2}-0,5x^2+1=0$

$0,5x^2=e^{-0,4x^2}+1$

$x=\sqrt{2e^{-0,4x^2}+2}$

$g(x)=\sqrt{2e^{-0,4x^2}+2}$ ga teng bo'ladi.

Formulasiga asosan hisoblashlar bajaramiz.

$x_{k+1}=g(x_k)$

$x_0=1,2$;

Dastlabki yechimni o'zimiz taqriban olamiz. Mathcad dasturida boshlang'ich yechimni topib olish ham mumkin.

$k=0\ldots\ldots6$

$x_1=g(x_0)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot1,2^2}+2}=1,769$

$x_2=g(x_1)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot1,768^2}+2}=1,605$

$x_3=g(x_2)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot 1,604^2}+2}=1,648$

$x_4=g(x_3)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot 1,648^2}+2}=1,636$

$x_5=g(x_4)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot 1,636^2}+2}=1,639$

$x_6=g(x_5)=\sqrt{2e^{-0,4\cdot 1,639^2}+2}=1,639$

Yechimlarni shu tarzda topamiz.

Nyuton iteratsiya usulida yechim.

$f(x)=e^{-0,4x^2}-0,5x^2+1=0$

$f'(x)=-0,8x\cdot e^{-0,4x^2}-x$

Formulasiga asosan hisoblashlar bajaramiz.

$x_{k+1}=g(x_k)=x_k-f(x_k)/f'(x_k)$

$x_0=1,2$;

$k=0\ldots\ldots 6$

$x_1=g(x_0)=x_0-\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}=1,2-\frac{e^{-0,4\cdot 1,2^2}-0,5\cdot 1,2^2+1}{-0,8\cdot 1,2\cdot e^{-0,4\cdot 1,2^2}-1,2}=1,684$

$x_2=g(x_1)=x_1-\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}=1,684-\frac{e^{-0,4\cdot 1,684^2}-0,5\cdot 1,684^2+1}{-0,8\cdot 1,684\cdot e^{-0,4\cdot 1,684^2}-1,684}=1,639$

$x_3=g(x_2)=x_2-\frac{f(x_2)}{f'(x_2)}=1,639-\frac{e^{-0,4\cdot 1,639^2}-0,5\cdot 1,639^2+1}{-0,8\cdot 1,639\cdot e^{-0,4\cdot 1,639^2}-1,639}=1,638$

$x_4=g(x_3)=x_3-\frac{f(x_3)}{f'(x_3)}=1,638-\frac{e^{-0,4\cdot 1,638^2}-0,5\cdot 1,638^2+1}{-0,8\cdot 1,638\cdot e^{-0,4\cdot 1,638^2}-1,638}=1,638$

$x_5=g(x_4)=x_4-\frac{f(x_4)}{f'(x_4)}=1,638-\frac{e^{-0,4\cdot 1,638^2}-0,5\cdot 1,638^2+1}{-0,8\cdot 1,638\cdot e^{-0,4\cdot 1,638^2}-1,638}=1,638$

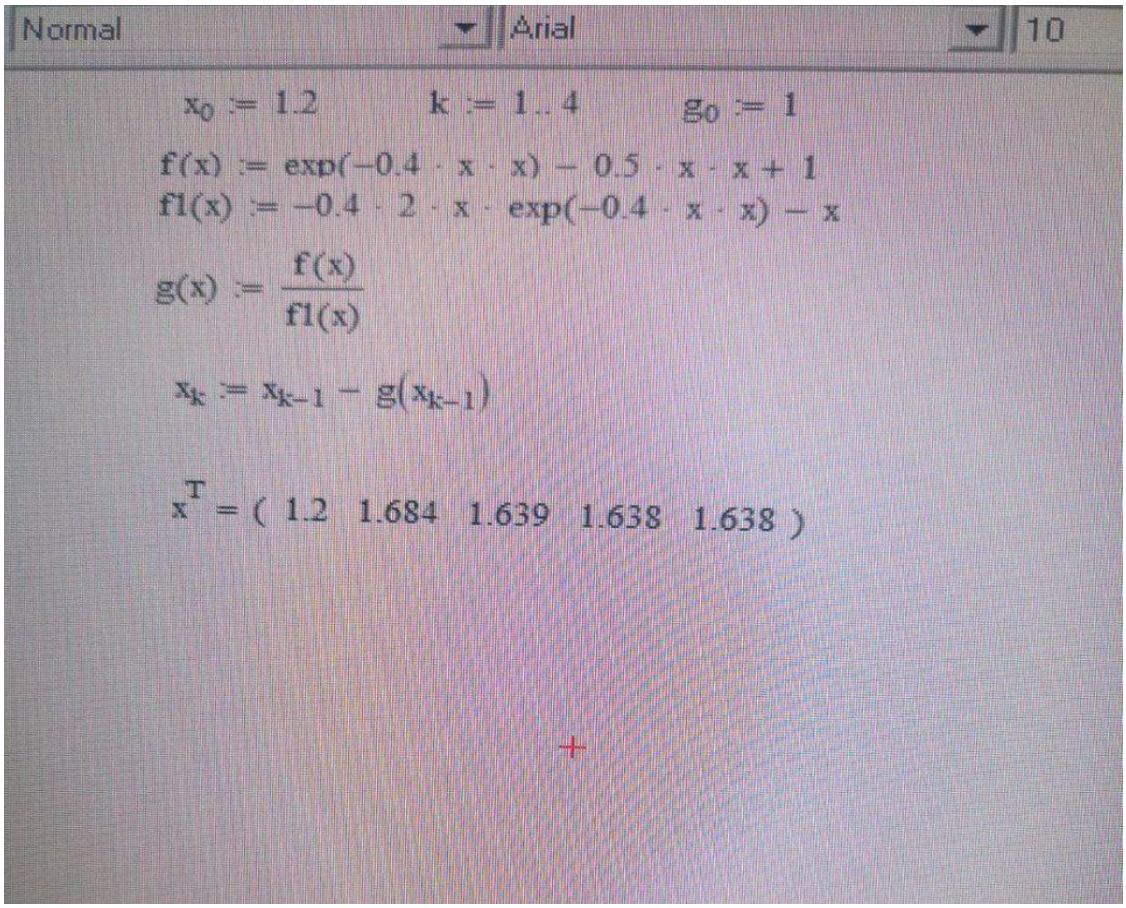
$x_6=g(x_5)=x_3-\frac{f(x_5)}{f'(x_5)}=1,638-\frac{e^{-0,4\cdot 1,638^2}-0,5\cdot 1,638^2+1}{-0,8\cdot 1,638\cdot e^{-0,4\cdot 1,638^2}-1,638}=1,638$

Yechimlarni shu tarzda topamiz.

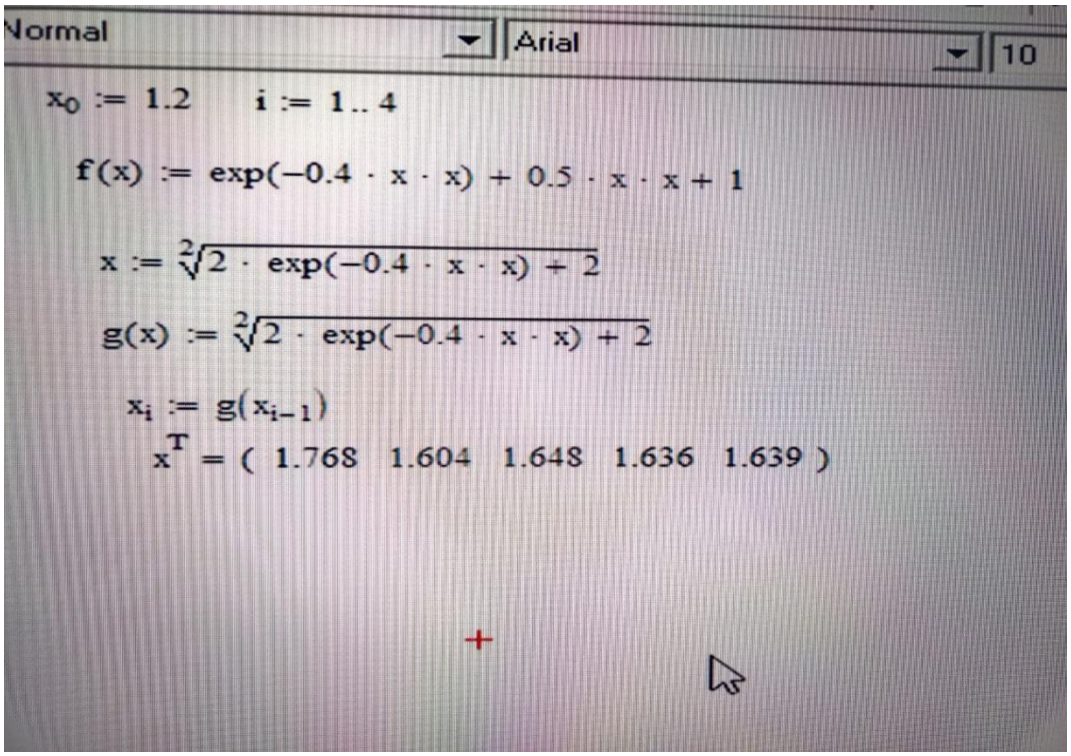
Endi bu hisoblashlarni Mathcad dasturida yechimini topamiz.

Nyuton iteratsiya usuli Mathcad dasturida.

ISSN: 2181-4341, IMPACT FACTOR (RESEARCH BIB) – 9.145, SJIF – 5,431



Oddiy iteratsiya usuli Mathcad dasturida.



ISSN: 2181-4341, IMPACT FACTOR (RESEARCH BIB) – 9.145, SJIF – 5,431

Dastur shu tarzda ishlatiladi.

№		Oddiy iteratsiya						Nyuton iteratsiya					
1	Qo'lda hisoblash	1,7688	1,6048	1,6486	1,6363	1,6399	1.6399	1,6684	1,6399	1.6388	1.6388	1.6388	1.6388
2	Mathcad dasturida hisoblash	1,7688	1,6048	1,6486	1,6363	1,6399	1.6399	1,6684	1,6399	1.6388	1.6388	1.6388	1.6388

Natijalarga ko'radigan bo'lsak, qo'lda hisoblash natijalari va Mathcad hisoblash natijalari bir xil. Bundan ko'rinadiki, dasturiy vositalar orqali hisoblash tezlik va aniqlik jihatidan yutuq beradi va inson mehnat faoliyatini tejaydi.

Muhokama

Ushbu tadqiqotda nochiziqli tenglamalarni yechishda keng qo‘llaniladigan ikki muhim iteratsion usul – oddiy iteratsiya va Nyuton iteratsiya usuli – tahlil qilindi. Hisoblashlar qo‘lda bajarilgan natijalar hamda Mathcad dasturida olingan natijalar asosida solishtirildi.

Natijalar shuni ko‘rsatdiki, oddiy iteratsiya usuli algoritmik jihatdan sodda va tushunarli bo‘lib, ayniqsa boshlang‘ich yaqinlashish to‘g‘ri tanlangan hollarda barqaror ishlaydi. Biroq uning yaqinlashish tezligi aniqlikka erishish uchun ko‘proq iteratsiya talab qilinadi. Bu esa hisoblash vaqtini uzaytiradi. Qo‘lda hisoblash jarayonida aynan shu holat yaqqol sezildi: har bir qadamda qiymatlarni qayta hisoblash zarurati jarayonni sekinlashtirdi.

Nyuton iteratsiya usuli esa ildizga juda tez yaqinlashdi. Tajriba natijalarida ko‘rindiki, bir xil aniqlik darajasiga erishish uchun Nyuton usuli oddiy iteratsiyaga nisbatan ancha kam qadam talab qildi. Ayniqsa funksiyaning hosilasi nolga yaqinlashmagan va boshlang‘ich nuqta ildizga yaqin tanlangan hollarda usul yuqori samaradorlik ko‘rsatdi.

Shu bilan birga, Nyuton usulining ayrim cheklovlari ham kuzatildi. Birinchidan, funksiyaning hosilasini aniqlash zarurati mavjud. Murakkab funksiyalar uchun hosila topish qo‘shimcha hisoblashlarni talab qiladi. Ikkinchidan, agar boshlang‘ich yaqinlashish ildizdan uzoq tanlansa yoki hosila nolga teng yoki nolga juda yaqin bo‘lsa, noto‘g‘ri natijaga olib kelishi mumkin. Bu holat nazariy jihatdan ma’lum bo‘lsa-da, amaliy hisoblashlarda ham o‘z tasdig‘ini topadi.

Mathcad dasturida bajarilgan hisoblashlar qo‘lda olingan natijalarni tasdiqladi. Dastur yordamida iteratsiyalarni avtomatlashtirish hisoblash jarayonini tezlashtirdi va inson omili sababli yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan arifmetik xatolarni kamaytirdi.

Solishtirma tahlil shuni ko‘rsatadiki, oddiy iteratsiya usuli metodik jihatdan o‘quv jarayonida tushuntirish uchun qulay, algoritmi oddiy va dasturlashga mos. Nyuton usuli esa yuqori aniqlik va tezkor natija talab qilinadigan masalalarda ustunlikka ega. Shunday qilib, har bir usulning qo‘llanish sohasi masalaning xarakteriga, talab qilinadigan aniqlik darajasiga va mavjud hisoblash resurslariga bog‘liq.

Ushbu tadqiqotda olingan natijalar sonli usullar nazariyasida berilgan umumiy xulosalarni amaliy misol orqali yana bir bor tasdiqlaydi. Ayniqsa kompyuter texnologiyalaridan foydalanish iteratsion jarayonlarning samaradorligini oshirishda muhim omil ekanligi ko‘rsatildi.

Xulosa

Mazkur maqolada nochiziqli tenglamalarni yechishda oddiy iteratsiya va Nyuton iteratsiya usullarining nazariy asoslari o‘rganildi hamda amaliy misol orqali ularning samaradorligi solishtirildi.

Tahlil natijasida quyidagi xulosalarga kelindi:

1. Oddiy iteratsiya usuli sodda algoritmga ega bo‘lib, barqarorlik sharti bajarilganda ishonchli natija beradi.
2. Nyuton usuli kvadratik yaqinlashish xususiyati sababli yuqori aniqlikka tez erishadi.
3. Bir xil aniqlik darajasida Nyuton usuli kamroq iteratsiya talab qiladi.
4. Nyuton usulining samaradorligi boshlang‘ich yaqinlashish tanlanishiga kuchli bog‘liq.
5. Mathcad dasturida bajarilgan hisoblashlar qo‘lda olingan natijalarni tasdiqladi va hisoblash jarayonini avtomatlashtirishning afzalliklarini ko‘rsatdi.

Umuman olganda, agar masalada tezkor va yuqori aniqlikdagi natija talab qilinsa, Nyuton iteratsiya usuli maqsadga muvofiq hisoblanadi. Agar algoritm soddaligi va tushuntirish qulayligi muhim bo‘lsa, oddiy iteratsiya usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Kelgusida ushbu usullarni murakkab tizimlarga, ko‘p o‘zgaruvchili tenglamalar sistemasiga va real amaliy modellarni yechishga tatbiq etish istiqbolli yo‘nalish hisoblanadi. Shuningdek, boshqa iteratsion usullar bilan solishtirish ilmiy jihatdan aniq natijalar berishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati:

1. Abdirashidov I.A., Babayarov I.A. Hisoblash usullari: mexaniklar uchun amaliy mashg‘ulotlar (5140300 – Mexanika, 5130100 – Matematika, 5130200 – Amaliy matematika va informatika bakalavr yo‘nalishlari talabalari uchun). 1-qism. – Samarqand: SamDU nashri, 2018. – 160 b.
2. Abduhamidov A., Xudoynazarov S. Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriya ishlari. – T., 1995.
3. Isriqulov S.S., Ismanova K.D., Olimov M., Imomov A. Sonli usullar va algoritmlar. – Namangan: “Namangan” nashriyoti, 2013. – 244 b.
4. Nochiziqli tenglamalar sistemasini yechishning sonli usullari bo‘yicha uslubiy ko‘rsatmalar. – Samarqand: SamDU nashri, 2014. – 60 b.
5. Olimov B.A., Masharipov M.P., Nuriddinova D. Matematik paket “Maple” dasturida matematik masalalarni yechish (umum ta’lim maktablari misolida): metodik (uslubiy) qo‘llanma.
6. Bobomurodova K. Nochiziqli tenglamalar ildizlarini topish va tenglamalar sistemasini Maple matematika paketida ishlash usullari. – Zenodo, 2025. DOI: 10.5281/zenodo.6558894.