JOURNAL OF IQRO – ЖУРНАЛ ИҚРО – IQRO JURNALI – volume 20, issue 01, 2026
ISSN: 2181-4341, IMPACT FACTOR (RESEARCH BIB) – 9.145, SJIF – 5,431

Madrimova Zulayxo Sobirovna

Madrimova Erkinoy Sabirovna

Urganch Davlat Universiteti akademik

litseyining oliy toifali matematika fani o'qituvchilari

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALARNING XOSSALARI, TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH

Annotatsiya: Ushbu maqolada trigonometrik funksiyalarning xossalari va grafiklaridan foydalanib bir nechta tenglamalar yechimlari ko'rsatib berilgan, hamda bir nechta funksiyalar grafiklari ko'rsatib berilgan

Kali tso'zlar: trigonometriya,sinus,kosinus,tangens,kotangens, sinusoida, kosinusioda

KIRISH

Trigonometrik funksiyalarning xossalari va grafiklarini o'rganish o'quvchilar bilimini oshirish bilan birgalikda trigonometrik tenglama va tengsizliklarni osonroq usulda yechishga yordam beradi.

y=sinx funksiya quyidagi xossalarga ega:

y=sin x funksiya x ning barcha qiymatlarida aniqlangan, ya'ni uning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat.

Funksiyaning qiymatlar to'plami -1 dan 1 gacha, eng katta qiymati 1 va eng kichik qiymati -1 ga teng.

y=sin x toq funksiya bo'lib ,uning grafigi koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik.

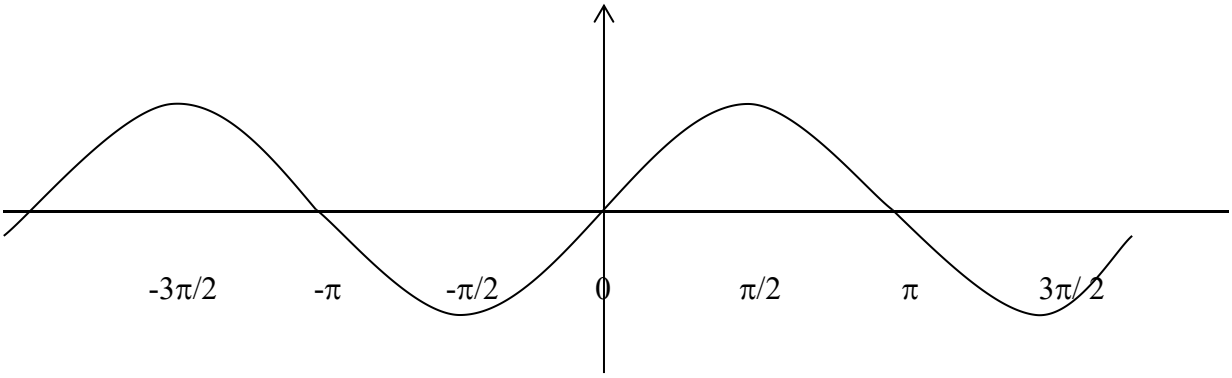
y=sin x funksiya birinchi va ikkinchi choraklarda musbat, uchinchi va to'rtinchi choraklarda manfiy, $x = \pi n, n \quad Z$ qiymatlarda esa nolga teng.

y=sin x funksiya $-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n \ ,n \quad Z$ qiymatlarda monoton o'sadi, $\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n \ ,n \quad Z$ qiymatlarda monoton kamayadi.

y=sin x funksiyaning eng kichik musbat davri 2π ga teng.

Funksiyaning xossalaridan foydalanib grafigini yasaymiz. y=sinx funksiya grafigi s i n u s o i d a deyiladi.

y



y=cos x funksiya quyidagi xossalarga ega:

y= cos x funksiya x ning barcha qiymatlarida aniqlangan, ya'ni uning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat.

y= cos x juft funksiya bo'lib, uning grafigi Oy o'qqa nisbatan simmetrik.

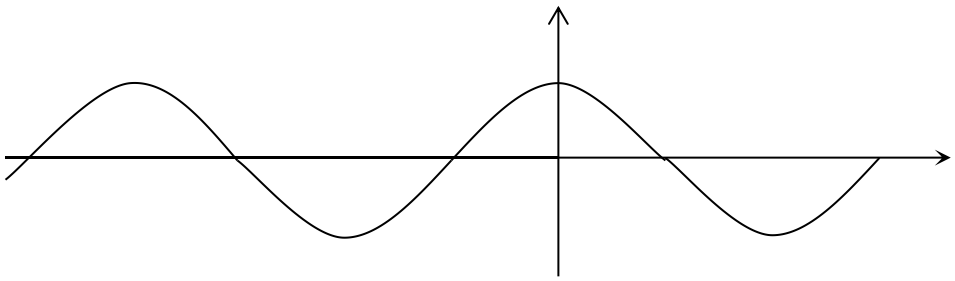
y= cos x funksiya qiymatlarda musbat, qiymatlarda esa manfiy, qiymatlarda esa nolga teng.

y= cos x funksiya $[-\pi+2\pi n;2\pi n],n \quad Z$ qiymatlarda monoton o'sa di, $[2\pi n;\pi+2\pi n],n \quad Z$ qiymatlarda mo noton kamayadi.

y=cos x funksiyaning eng kichik musbat davri 2π ga teng.

y= cos x funksiya grafigi k o s i n u s o i d a deyiladi va uni y=sin x funksiya grafigini chapga $\frac{\pi}{2}$ masofa qadar surilgan sinusoida deb qarash mumkin.

y



-3π/2 -π -π/2 0 π/2 π 3π/ 2 x

y=tg x funksiya quyidagi xossalarga ega:

y=tg x funksiya $x \quad \frac{\pi}{2}+\pi n$ da aniqlangan.

y=tg x funksiya chegaralanmagan, ya'ni uning o'zgarish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat.

y=tg x toq funksiya bo'lib , uning grafigi koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik , ya'ni barcha

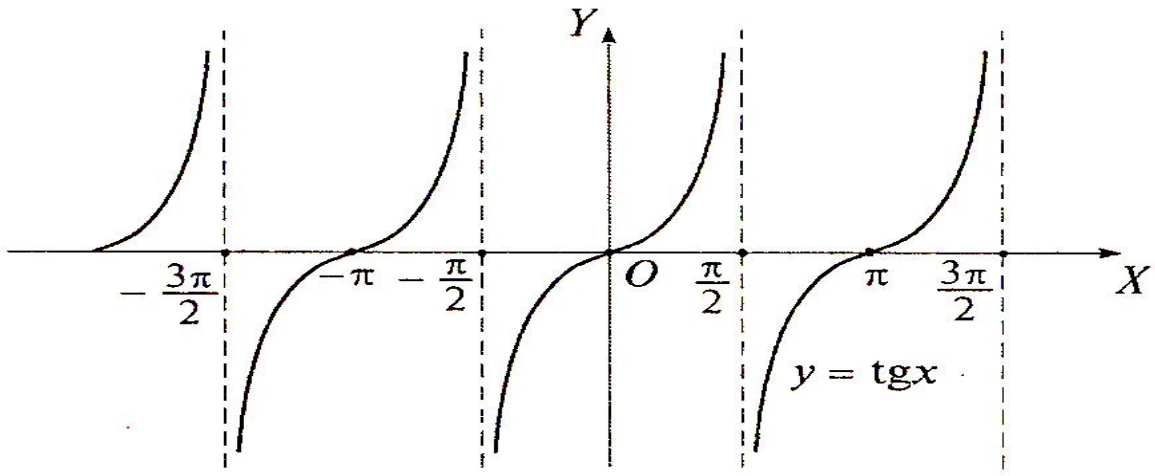
y=tg x funksiya $x \quad \pi n;\frac{\pi}{2}+\pi n \quad ,n \quad Z$ qiymatlarda musbat,

$x \quad -\frac{\pi}{2}+\pi n;\pi n \quad ,n \quad Z$ qiymatlarda esa manfiy, $x=\pi n, n \quad Z$ nuqtalarda nolga aylanadi.

y=tg x funksiya o'zining aniqlanish sohasida monoton o'suvchi.

y=tgx funksiyaning eng kichik musbat davri π ga teng.

E s l a t m a . y=tg x funksiya $x=\frac{\pi}{2}+\pi n \, , n \quad Z$ qiymatlarda aniqlanmagan, ya'ni uzilishga ega bo'lib, $x=\frac{\pi}{2}+\pi n \, , n \quad Z$ to'g'ri chiziqlar y=tg x funksiya grafigiga a s i m p t o t a bo'ladi. y=tg x funksiya grafigi esa t a n g e n s o i d a deyiladi.



y=ctg x funksiya quyidagi xossalariga ega:

1) y=ctg x funksiyaning aniqlanish sohasi $x \quad \pi n, n \quad Z$

2) y=ctg x funksiyaning qiymatlar to'plami barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat.

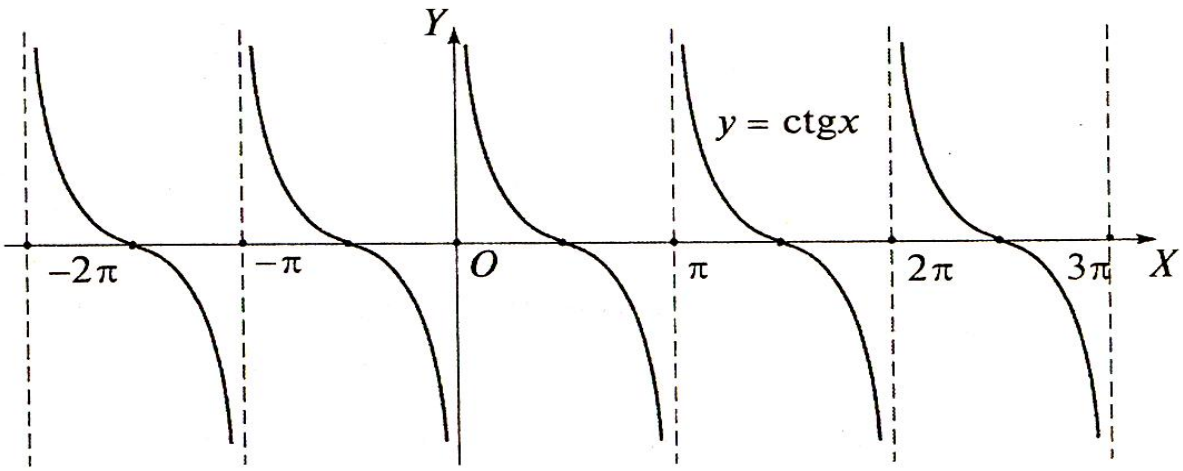
3) y=ctg x toq funksiya, ya'ni $ctg(-x)=ctgx$.

4) y=ctg x funksiya $x=\frac{1}{2}\pi+\pi n, n \quad Z$ da nolga teng

5) y=ctg x o'zining aniqlanish sohasida monoton o'suvchi

6) y=ctg x funksiyaning eng kichik musbat davri π ga teng bo'lgan davriy funksiya.

2. y=ctg x funksiyaning grafigini chizish uchun uning ayrim burchaklardagi qiymatlaridan, davriyligidan foydalanamiz.



Trigonometrik tenglamaga oid quyidagi misollarni yechilishini keltiramiz.

1. $\sqrt{1+\sin x}\left(1+\sqrt{-\sin x}\right)=2$ tenglamani yeching.

Yechish. $f(x)=\sqrt{1+\sin x}\left(1+\sqrt{-\sin x}\right)$ funksiya tuzamiz.

Bu funksiyaning eng katta qiymatini topish maqsadida $\vec{a}(1;1)$ va $\vec{b}\left(\sqrt{1+\sin x};\sqrt{-\sin x(1+\sin x)}\right)$ vektorlarni tanlab olamiz. Bu vektorlarning skalyar ko'paytmasidan $\vec{a}\ \vec{b}=\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{-\sin x(1+\sin x)}$ bo'lib, $|\vec{a}\ \vec{b}|\ |\vec{a}|\ |\vec{b}|$ vektor tengsizlikdan foydalansak,

$$|\vec{a}\ \vec{b}|=\left|\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{-\sin x(1+\sin x)}\right| \quad \sqrt{2}\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{2}|\cos x| \quad \sqrt{2}$$

Bundan $\left|\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{-\sin x(1+\sin x)}\right| \quad \sqrt{2}$ tengsizlikka ega bo'lamiz.

Demak, berilgan funksiyaning eng katta qiymati $\sqrt{2}$ ga teng. Bundan ko'rinadiki, berilgan tenglama yechimga ega emas.

2.Tenglamani yeching. $2(2\cos 4x+1)\cos x=1$.

Tenglamaning ikkala tomonini $\sin x$ ga ko‘paytirsak,tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$2\cos 4x\ \sin 2x+\sin 2x=\sin x,$

$\sin 6x-\sin 2x+\sin 2x=\sin x,$

$\sin 6x-\sin x=0\quad 2\sin\frac{5x}{2}\ \cos\frac{7x}{2}=0.$

$\sin\frac{5x}{2}=0,\cos\frac{7x}{2}=0.$

$x=\frac{2\pi n}{5},n\ \ \mathbf{Z};x=\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi n}{7},n\ \ \mathbf{Z}.$

Bu tenglamani $\sin x$ ga ko‘paytirganda ortiqcha $x=m\pi$, m $\mathbf{Z}$ yechimga ega bo‘lamiz.Shuning uchun n va $2k+1$ mos ravishda 5 va 7 ga bo‘linmaydi.

Bundan, $n\quad 5m,k\quad 7l+3$.

3.Tenglamani yeching.

$tg^2 2x\ \ tg3x=3tg3x-4tg2x$

Yechish: tenglamaning ikkala qismiga ham $tg3x$ ni qo‘shib olsak, ushbu ko‘rinishga keladi.

$tg^2 2x\ \ tg3x+tg3x=4tg3x-4tg2x$

$tg3x\left(tg^2 2x+1\right)=4\left(tg3x-tg2x\right)$

$tg3x\ \ \frac{1}{\cos^2 2x}=4\ \ \frac{\sin x}{\cos 3x\cos 2x}$

$\frac{\sin 3x}{\cos 2x}=4\sin x$

$\sin 3x=2\left(\sin 3x-\sin x\right)$

$\sin 3x=2\sin x$

$4\sin^3 x-\sin x=0$

$$\sin x\left(4\sin^2 x-1\right)=0$$

$$x=\pi k, x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n \quad Z$$

$x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n \quad Z$ yechim tenglamani aniqlanish sohasini qanoatlantirmaydi.

Demak, $x=\pi k, n \quad Z$ tenglama yechimi ekan.

O‘quvchilarga mustaqil yechish uchun bir necha misollarni keltiramiz

Ushbu funksiyalar grafiklarini yasang.

1. y=sin 2x
2. y=sin (x+2)
3. y=3sin x
4. y= 2cos x
5. y= cos3 x
6. y= cos(x-1)
7. y=tg4 x
8. y=4tg x
9. y=tg (x+3)

XULOSA.

Trigonometrik funksiyalar va uning xossalarini mukammal o‘zlashtirgan o‘quvchi trigonometrik tenglama va tengsizliklarni osongina o‘rgana oladi va boshqa fanlarni o‘rganishga ham zamin yaratadi.Matematikadan masala yechish, jumladan trigonometrik masalalar bilan shug ‘ullanish o‘quvchilarda mantiqiy fikrlash ko’nikmasini, muammoli vaziyatlarda mustaqil qaror qabul qilish ko‘nikmalarini shakllantirishga yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yhati

1. Zaitov A., Hamrayeva R., Abdiyev B., Sagidullayev K., Rahmonov, B.Urinbayeva U. Algebra va analiz asoslari./Darslik 10 sinf uchun. –Toshkent: 2022 y.
2. ЗаитовА., Хамраева Р., Абдиев Б., Сагидуллаев К., Рахмонов У., Уринбаев Б. Алгебра и начала анализа. /Учебник для 10 классов. – Тошкент: 2022 г.
3. Mirzaaxmedov M.A., Ismoilov Sh.N., Amanov A.K.Haydarov B.K. Matematika. /Darslik akademik litseylar va 11 sinf uchun.1-qism. –Toshkent: 2018 y.
4. Mirzaaxmedov M.A., Ismoilov Sh.N., Amanov A.K.Haydarov B.K. Matematika. /Darslik akademik litseylar va 11 sinf uchun. 2-qism. –Toshkent: 2018 y.
5. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A., Nosirov U.M., HusanovJ.H. Algebra va matematikanaliz asoslari. I qism. /Darslik akademik litseylar uchun. –Toshkent: 2008y
6. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A.,Nosirov U.M.,HusanovJ.H. Algebra va matematikanaliz asoslari. II qism. /Darslik akademik litseylar uchun. –Toshkent: 2008