Alimova Rayhon Abdug'afforovna

Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalari fakulteti talabasi

alimovarayxon6@gmail.com

Kombinatorika masalalarining python dasturlash tilidagi tahlili

Annotatsiya: Ushbu maqolada kombinatorika va uning asosiy kombinatsiyalari haqida bayon etilgan va python dasturlash tilidagi dasturi yozilgan, uning aniq bo'lgan natijasi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: Kombinatorika, kombinatorika masalalari, asosiy kombinatsiyalar, tartiblangan to'plam, python, o'rin almashtirishlar, takrorsiz o'rinlashtirishlar, takrorsiz guruhlashlar, takrorli o'rin almashtirishlar.

Elementlarning turli kombinatsiyalari va ularning sonini topish bilan bog'liq masalalar **kombinatorika masalalari** deyiladi. Bunday masalalar matematika fanining tarmog'i — kombinatorikada o'rganiladi. Kombinatorika asosan, XVII—XIX asrlarda mustaqil fan sifatida yuzaga kelgan bo'lib, uning rivojiga B. Paskal, P. Ferma, G. Leybnis, Y. Bernulli, L. Eyler kabi olimlar katta hissa qo'shganlar. Matematikaning kombinatorik tahlil, kombinatorik matematika, birlashmalar nazariyasi, qisqacha, **kombinatorika** deb ataluvchi bo'limida chekli yoki muayyan ma'noda cheklilik shartini qanoatlantiruvchi to'plamni (bu to'plamning elementlari qanday bo'lishining ahamiyati yo'q: harflar, sonlar, hodisalar, qandaydir predmetlar va boshqalar) qismlarga ajratish, ularni o'rinlash va o'zaro joylash ya'ni, kombinatsiyalar, kombinatorik tuzilmalar bilan bog'liq masalalar o'rganiladi. Hozirgi davrda kombinatorikaga oid ma'lumotlar inson faoliyatining turli sohalarida qo'llanilmoqda. Jumladan, matematika, kimyo, fizika, biologiya, lingvistika, axborot texnologiyalari va boshqa sohalar bilan ish ko'ruvchi mutaxassislar kombinatorikaning xilma – xil masalalariga duch keladilar. Kombinatorikada o'rin almashtirishlar, o'rinlashtirishlar va guruhlashlar deb ataluvchi **asosiy kombinatsiyalar** o'rganiladi.

Agar chekli X to'plamning elementlari qandaydir yo'l bilan raqamlangan bo'lsa, uni tartiblangan to'plam deymiz: X= $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kortej tushunchasidan farqli o'laroq tartiblangan to'plam elementlari orasida o'zaro tenglari bo'lmaydi. Masalan, (2,3,2,4,5) kortej tartiblangan to'plam emas, (2,3,4,5) esa **tartiblangan to'plam** bo'ladi. Bir – biridan elementlarning joylashish tartibi bilan farq qiluvchi barcha mumkin bo'lgan kombinatsiyalar n elementdan **o'rin almashtirishlar** deb ataladi. Aslida "o'rin almashtirish" iborasi to'plam elementlarining o'rinlarini o'zgartirish harakatini anglatsada, bu yerda uni shu harakat natijasidagi hosil bo'lgan tuzilma sifatida qo'llaymiz. Bu iboradan uning asl ma'nosida ham foydalanamiz. n elementdan barcha mumkin bo'lgan o'rin almashtirishlar soni P_n deb belgilanadi (P – fransuzcha permutation – o'rin almashtirish so'zining birinchi harfi).

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1 = n! \qquad (1)$$

1 – misol: {2, 5, 7, 8} to'plam elementlaridan raqamlari takrorlanmagan nechta 4 xonali son tuzish mumkin.

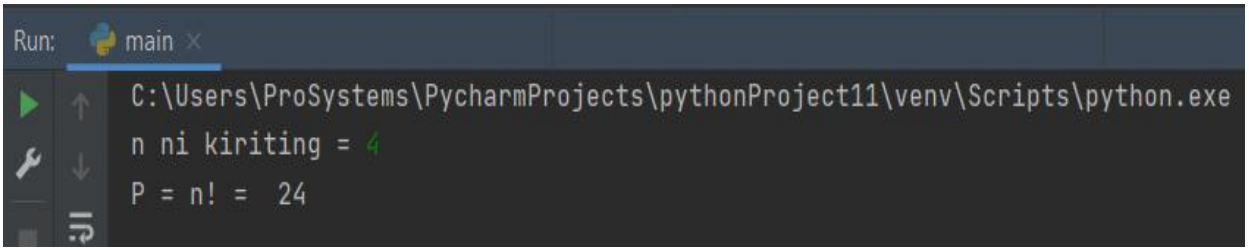
Yechish: 4 ta raqam, ya'ni n=4. U holda yuqoridagi (1) formulaga asosan $P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24,$ demak 24 ta son tuzish mumkin ekan.

O'rin almashtirishlar sonini topuvchi (1) formulani **python** dasturlash tilida hisoblashni ko'rib o'tamiz.

main.py

```
# 1 dan n gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni P=n! o'rin almashtirishlar soni
n=int(input("n ni kiriting = "))
p=1
for i in range(1, n+1):
    p=p*i
print("P = n! = ", p)
```

Yuqoridagi 1 – misol shartiga asosan n ga 4 ni kiritamiz va tuzilgan dasturning to'g'riligini ko'rsatamiz.



Natija 24 chiqdi, demak dastur kodi to'g'ri ishlamoqda. n ga ixtiyoriy musbat butun sonni kiritganimizda ham tuzilgan dastur o'rin almashtirishlar sonini oson va tez chiqarib bera oladi. Bu esa kombinatorikaning o'rin almashtirishlar sonini hisoblashni talab qiladigan barcha masalalari uchun ham juda qulaydir, chunki ba'zida n ning o'rnida katta sonlar kelishi mumkin buni qo'lda hisoblash esa mushkul.

Endi n elementli X to'plam elementlaridan nechta m elementli tartiblangan to'plamlar tuzish mumkin degan masalani qaraymiz. Bu yerda m elementli tartiblangan to'plamni tuzish m ta elementni olish bilan tugallanadi. Bunday tartiblangan to'plamlarning sonini topish uchun m ta $n,\ n-1,\ n-2,\ \dots,\ n-m+1$ sonlarni ko'paytirish yetarli bo'ladi. Demak, X to'plamdagi m elementli tartiblangan to'plamlar soni $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1)$ ga teng bo'ladi. Bunday tartiblangan to'plamlarni n elementdan m tadan **takrorsiz o'rinlashtirishlar** deyiladi. A_n^m ning ifodasini $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-m)$ ga ko'paytirib va bo'lib, uning ko'rinishini o'zgartirishimiz mumkin:

$$A_n^m = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1) \cdot (n-m) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-m)} = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (2)$$

Elementlari soni bir xil bo'lgan ikkita har xil o'rinlashtirishlar bir – biridan elementlari bilan yoki bu elementlarning joylashish tartibi bilan farq qiladi. Masalan, uch element A, B, C dan ikkita elementli oltita o'rinlashtirish mavjud: AB, AC, BC, BA, CA, CB. Bundan tashqari, n ta elementdan m tadan o'rinlashtirishlar uchun $n \geq m$ bo'lishi ham ravshan.

2 – misol: Guruh 25 nafar talabadan tashkil topgan bo'lsin. Bu guruhda guruh sardori, guruh sardorining yordamchisi va kasaba uyushmasining guruh bo'yicha vakilini saylash zarur. Har bir talaba bu vazifalardan faqat bittasini bajaradi deb hisoblansa, saylov natijalari uchun qancha imkoniyat mavjud?

Yechish: Bu yerda 25 ta elementli talabalar to'plamining tartiblangan 3 ta elementli (guruh sardori, guruh sardorining yordamchisi va kasaba uyushmasining guruh bo'yicha vakili) qism to'plamlari sonini aniqlash zarur. Bu esa 25 ta elementdan 3 tadan o'rinlashtirishlar sonini topish demakdir. Shuning uchun, (2) formula bo'yicha masalani yechamiz. n=25, m=3 bo'lgani uchun, quyidagi $A_{25}^{3} = \frac{25!}{(25-3)!} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$ ta saylov natijalari uchun imkoniyatlar sonini topdik.

Takrorsiz o'rinlashtirishlar sonini topuvchi (2) formulani **python** dasturlash tilida hisoblashni ko'rib o'tamiz.

main.py

```
# 1 dan n gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni n!
n=int(input("n ni kiriting = "))
m=int(input("m ni kiriting = "))
p=1
for i in range(1, n+1):
    p=p*i

# 1 dan n-m gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni (n-m)!
k=1
for i in range(1, n-m+1):
    k=k*i

print("Takrorsiz o'rinlashtirishlar soni  n!/(n-m)! = ", p/k)
```

Buning to'g'ri ekanligini tasdiqlash uchun yuqoridagi 2 – misolda kiritilgan n=25 va m=3 qiymatlarni yozilgan dasturga kiritib ishga tushiradigan bo'lsak, quyidagi natijaga kelamiz:

Run: main

```
C:\Users\ProSystems\PycharmProjects\pythonProject11\venv\Scripts\python.
n ni kiriting = 25
m ni kiriting = 3
Takrorsiz o'rinlashtirishlar soni  n!/(n-m)! =  13800.0
```

Demak, bu dasturimiz n va m ga ($n \geq m$) ixtiyoriy musbat butun sonlarni kiritganimizda ham tuzilgan dastur takrorsiz o'rinlashtirishlar sonini oson va tez chiqarib beradi. Bu esa

kombinatorikaning takrorsiz o'rinlashtirishlar sonini hisoblashni talab qiladigan barcha masalalari uchun ham juda qulaydir.

Endi n elementli X elementlaridan nechta har biri m elementli qism to'plamlar tuzish mumkin? degan masalani qaraymiz. Bunday qism to'plamlar n elementdan m tadan **takrorsiz guruhlashlar** deyiladi. Ularning soni C_n^m bilan belgilanadi. Guruhlashlar sonini $\binom{m}{n}$ yoki $\binom{n}{m}$ shaklda belgilashlar ham uchraydi. U quyidagi

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!} \quad (3)$$

formula bilan aniqlanadi.

3 – misol: 15 kishilik guruhdan nechta 3 kishilik ishchilar guruhini tuzish mumkin?

Yechish: Ushbu guruhlash masalasini (3) formulaga asosan yechamiz, n=15 va m=3 deb olamiz. U holda $C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = 455.$

Takrorsiz guruhlashlar formulasi uchun umumiy bo'lgan dastur kodini **python** dasturlash tilida yozamiz. <Umumiy> deb aytilishiga sabab, shu formula asosida yechimi topiladigan kombinatorikaning barcha masalalari uchun o'rinli bo'ladi. Ya'ni, n va m ning masala shartiga asosan ixtiyoriy $(n \geq m)$ qiymatlarida ham dastur kodi to'g'ri ishlaydi va yechimni topib bera oladi.

main.py

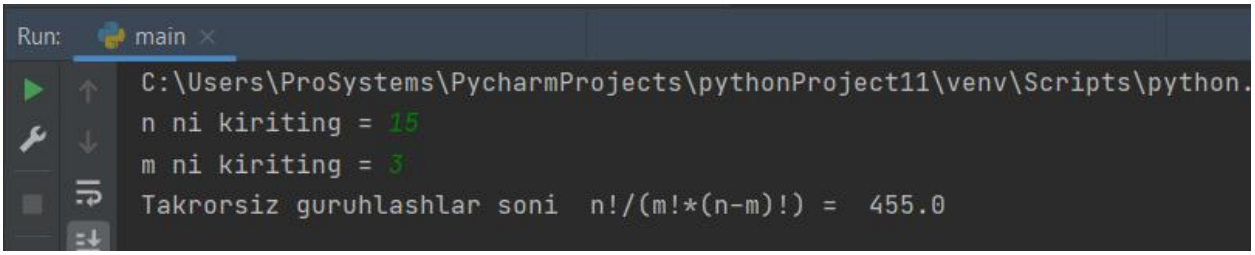
```
# 1 dan n gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni n!
n=int(input("n ni kiriting = "))
m=int(input("m ni kiriting = "))
s=1
for i in range(1, n+1):
    s=s*i

# 1 dan n-m gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni (n-m)!
k=1
for i in range(1, n-m+1):
    k=k*i

# 1 dan m gacha bo'lgan sonlarning ko'paytmasini hisoblaymiz, ya'ni m!
p=1
for i in range(1, m+1):
    p=p*i

print("Takrorsiz guruhlashlar soni  n!/(m!*(n-m)!) = ", s/(p*k))
```

Buni 3 – misoldagi n=15, m=3 qiymatlar bilan tekshirib ko'ramiz:



Bulardan tashqari, **takrorli o'rin almashtirishlar** soni uchun

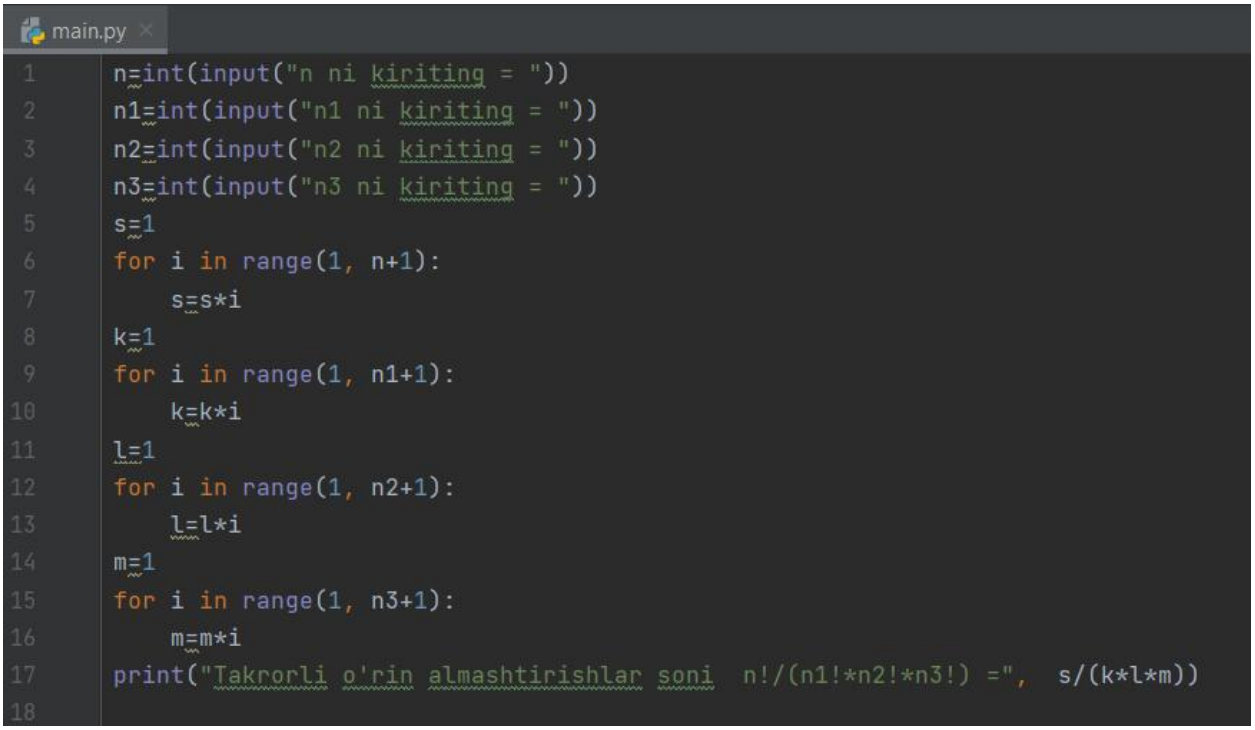
$$C_n(n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \ldots \cdot n_k!} \quad (4)$$

formula o'rinlidir, bu yerda $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k = n$ – elementlar soni, k – turlar soni.

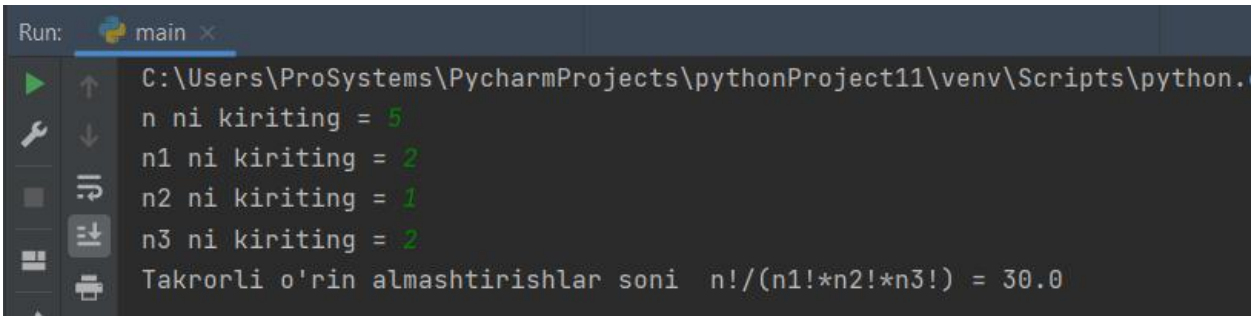
4 – misol: Ikkita a, bitta b va ikkita c harflardan tashkil topgan kortej uchun barcha takrorli o'rin almashtirishlami tuzing.

Yechish: $k = 3, n = 5, n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 2$ bo'lgani uchun (4) formulaga asosan takrorli o'rin almashtirishlar sonini topamiz: $C_5(2, 1, 2) = \frac{5!}{2! \cdot 1! \cdot 2!} = 30$ bo'ladi.

Yuqoridagi 4 – misolning shartiga asosan pythondagi dasturini tuzamiz:



$n = 5, n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 2$ qiymatlarni kiritsak, quyidagi natija oynasi chiqadi:



Xulosa qiladigan bo'lsam, ko'pincha, narsa va hodisalarning xossalarini o'rganish jarayonida o'rganilayotgan obyekt elementlarini bir – birlari bilan taqqoslaymiz, ulami birgalikda qarab yoki elementlami bo'laklarga ajratib, turli xulosalar qilishga harakat qilamiz. Bunda kombinatorikaning tushuncha, formula va xossalariga asoslanamiz. Ushbu maqolada keltirib o'tilgan ma'lumotlar, misollar yechimi va ularning python dasturlash tilidagi tahlili ham matematika va dasturlash sohalariga qiziquvchi kishilar uchun muhim ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Xalikulov S. I., Quljonov O'., Ostonov Q. Kombinatorika elementlari. Uslubiy qo'llanma- Samarqand: SamDU nashri, 2020.
2. Kombinatorika va graflar nazariyasi. Oliy o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma. — T.: «ILM ZIYO», 2009.
3. Рейнгольд, Ю. Нивергелып, Н. Део. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. М., «Мир», 1980.
4. Ерош И. Л. Дискретная математика. Комбинаторика: Учебное пособие. СПб ГУАП.СПб., 2001.
5. F. Rajabov. S. Masharipov. R. Madrahimov. "Oliy matematika". Toshkent: "Turon – Iqbol", 2007.
6. N. To'rayev, I. Azizov, S. Otaqulov. "Kombinatorika va graflar nazariyasi" Toshkent - "Ilm ziyo"- 2009.