E-ISSN : 2181-4341
https://wordlyknowledge.uz
IMPACT FACTOR(SJIF) : 3,934

Google Scholar OpenAIRE zenodo doi digital object identifier ResearchGate ADVANCED SCIENCE INDEX
SEMANTIC SCHOLAR Crossref DRJI Scientific Journal Impact Factor TOGETHER WE REACH THE GOAL
HARVARD LIBRARY The Dataverse Project Dimensions OCLC WorldCat

УДК. 517.958:539.3

К расчету тонкостенных стержней при переменном нагружении на основе теории малых упругопластических деформаций

Crossref Doi : https://doi.org/10.37547/iqro-volume04-issue01-21

Абдукадиров Фарход Эркинович
PhD, доцент
Ташкентский государственный транспортный университет

Аннотация

В статье приведены постановка задачи и алгоритмы расчета тонкостенных стержней при переменном нагружении на основе теории малых упругопластических деформаций и уточненной теории стержней. Используя вариационный принцип, разработаны математические модели деформирования тонкостенных стержней в цилиндрической системе координат. Получена система дифференциальных уравнений равновесия для стержня при переменном нагружении в векторной форме.

Ключевые слова

Стержень, переменные нагружения, вариационный принцип, метод конечных разностей, упругопластическая деформация, нагружения.

To the calculation of thin-walled rods under variable loading based on the theory of small elastic-plastic deformations

Abdukadirov Farhod Erkinovich

Tashkent state transport university

Abstract

The article presents the formulation of the problem and algorithms for calculating thin-walled rods under variable loading based on the theory of small elastic-plastic deformations and the refined theory of rods. Using the variational principle, mathematical models for the deformation of thin-walled rods in a cylindrical coordinate system have been developed. A system of differential equilibrium equations for a rod under variable loading in vector form is obtained.

Key words

Rod, variable loading, variational principle, finite difference method, elastoplastic deformation, loading.

Вопросы моделирования процессов деформирования и накопления повреждений, разработка методов и алгоритмов, а также создание комплекса программ для расчета элементов конструкций и сооружений за пределами упругости при повторно-переменных нагружениях приобрели особую актуальность.

При выполнении расчета несущих элементов тонкостенных конструкций и сооружений за пределами упругости при переменных нагружениях используется главным образом теория малых упругопластических деформаций, сформулированная А.А. Ильюшиным. В работах В.К.Кабулова, В.В.Москвитина, Т.Буриева, А.Абдусаттарова рассмотрены вопросы циклического нагружения элементов конструкции, алгоритмизации и автоматизации решений задач теории упругости и пластичности, разработаны численные методы решения краевых задач, реализация на ЭВМ, построена алгоритмическая система расчета элементов конструкции в пределах и за пределами упругости при переменных нагружениях и разгружениях в текущих величинах с учетом накопления повреждений [1-5].

Рассмотрим тонкостенный стержень произвольного сечения при воздействии внешних переменных сил [1]. Ось OX направим по длине стержня, а оси OZ и OY – в поперечном сечении. Используем цилиндрические координаты x, r, γ (Рис.1.):

$$x = x, \quad y = r\cos\gamma, \quad z = r\sin\gamma \tag{1}$$

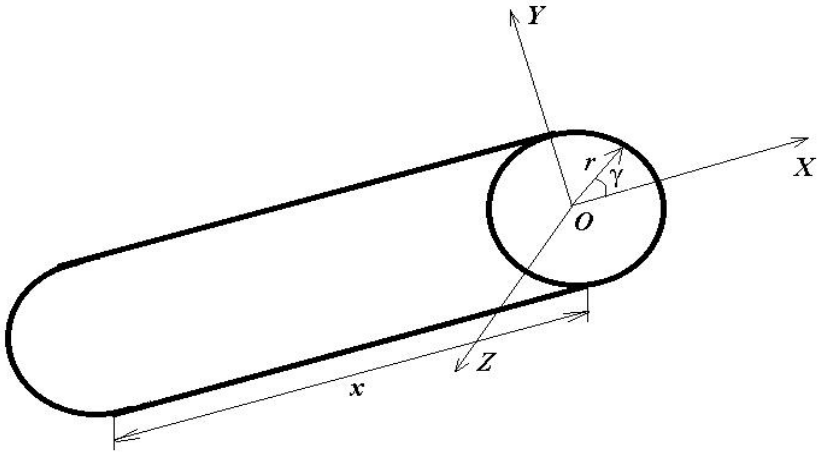


Рис.1. Тонкостенный стержень в форме цилиндра

Следуя [3], введем разности

$$\bar{u}_i^{(n)} = (-1)^n (u_i^{(n-1)} - u_i^{(n)}),\ \bar{e}_{ij}^{(n)} = (-1)^n (e_{ij}^{(n-1)} - e_{ij}^{(n)}),$$
$$\bar{\sigma}_{ij}^{(n)} = (-1)^n (\sigma_{ij}^{(n-1)} - \sigma_{ij}^{(n)}) \tag{2}$$

На основании допущений и гипотез [2], общие перемещения конструкции представим в цилиндрических координатах с учетом (1) в виде:

$$u_1^{(n)} = u^{(n)} - \alpha_1^{(n)} r\cos\gamma - \alpha_2^{(n)} r\sin\gamma + \varphi(r,\gamma)v^{(n)} + a_1(r,\gamma)\beta_1^{(n)} + a_2(r,\gamma)\beta_2^{(n)},$$
$$u_2^{(n)} = v^{(n)} - \theta^{(n)} r\sin\gamma, \quad u_3^{(n)} = w^{(n)} + \theta^{(n)} r\cos\gamma \qquad (3)$$

Согласно (3) и соотношениям Коши определяем компоненты деформации при n-ном нагружении, например:

$$\varepsilon_{11}^{(n)} = \frac{\partial u^{(n)}}{\partial x} - r\cos\gamma\frac{\partial \alpha_1^{(n)}}{\partial x} - r\sin\gamma\frac{\partial \alpha_2^{(n)}}{\partial x} + \phi(r,\gamma)\frac{\partial v^{(n)}}{\partial x} + a_1(r,\gamma)\frac{\partial \beta_1^{(n)}}{\partial x} + a_2(r,\gamma)\frac{\partial \beta_2^{(n)}}{\partial x}, \qquad (4)$$

Для вывода уравнений равновесия тонкостенных конструкций при переменном нагружении используем вариационный принцип Лагранжа:

$$\delta\left(A - \Pi\right) = 0, \qquad (5)$$

где $\delta\Pi$ - вариация потенциальной энергии, δA – вариация работы внешних сил

Согласно теории малых упругопластических деформаций, компоненты напряжений связаны с деформациями следующим образом:

а) при первом нагружении

$$\sigma_{11} = 3G(1-\omega)e_{11},\ \sigma_{13} = G(1-\omega)e_{13},\ \sigma_{12} = G(1-\omega)e_{12}. \qquad (6)$$

б) при переменном нагружении в текущих координатах [3]:

$$\sigma_{11}^{(k)} = 3G\left(e_{11}^{(k)} - \omega^{(k)}e_{11}^{(k)} + \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(k-m)}\overline{\varepsilon}_{11}^{0(k-m)}\right),\quad \sigma_{13}^{(k)} = G\left(e_{13}^{(k)} - \omega^{(k)}\overline{\varepsilon}_{13}^{(k)} - \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(k-m)}\overline{\varepsilon}_{13}^{0(k-m)}\right),$$
$$\sigma_{12}^{(k)} = G\left(e_{12}^{(k)} - \omega^{(k)}\overline{\varepsilon}_{12}^{(k)} - \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(k-m)}\overline{\varepsilon}_{12}^{0(k-m)}\right). \qquad (7)$$

При линейном упрочнении

$$\omega^{(n)} = \begin{cases} 0, & \text{при } \overline{\varepsilon}_u^{(n)} \le \overline{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta) \\ \lambda_n\left(1 - \dfrac{\overline{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta)}{\overline{\varepsilon}_u^{(n)}}\right), & \text{при } \overline{\varepsilon}_u^{(n)} > \overline{\varepsilon}_s^{(n)}(\eta) \end{cases}$$

Функция повреждаемости η определяется из уравнения [4]:

$$\frac{d\eta}{dn} = A\frac{\left(\overline{\sigma}_u^{(n)}\right)^{\alpha}}{\left(1-\gamma\eta^r\right)^{\beta}}, \qquad (8)$$

Выражения внутренних усилий и моментов в векторной форме можно представить в виде:

$$P^{(n)} = \frac{3Gh_0I_0}{l^3}\ (\tilde{A}^{yn} - \tilde{A}^{nл(n)})\frac{dU^{(n)}}{dx} + (\tilde{B}^{yn} - \tilde{B}^{nл(n)})U^{(n)} \quad . \qquad (9)$$

где $P^{(n)} = \left\{N_x^{(n)}, M_y^{(n)}, M_z^{(n)}, M_\phi^{(n)}, M_{a_1}^{(n)}, M_{a_2}^{(n)}, Q_1^{(n)}, M_x^{(n)}, Q_2^{(n)}, Q_{\alpha_1}^{(n)}, Q_{\alpha_2}^{(n)}, M_\varphi^{(n)}\right\}$

Здесь $\tilde{A}^{yn}, \tilde{A}^{nл(n)}, \tilde{B}^{yn}, \tilde{B}^{nл(n)}$ - квадратные матрицы двенадцатого порядка.

Для решения краевой задачи используется метод конечных разностей и в процессе их аппроксимации применяется центральная разностная схема второго порядка точности [6-9]:

$$\left(A_i^{yn} - A_i^{nл(k)}\right)Y_{i+1}^{(k)} - \left(B_i^{yn} - B_i^{nл(k)}\right)Y_i^{(k)} + \left(C_i^{yn} - C_i^{nл(k)}\right)Y_{i-1}^{(k)} = \vec{Q}_i^{(k)} + \vec{Q}_i^{nл} + \vec{Q}_i^{nло}\ ; \qquad (10)$$

$i = 1,2,\ldots, n-1;$

Для решения сформулированных алгебраических уравнений (10) с соответствующими граничными условиями, используется метод матричной прогонки С.К.Годунова с применением следующей рекуррентной формулы [10-11]:

$$Y_i^{(k)} = \alpha_i Y_{i+1}^{(k)} + \beta_i^{(k)};\ i = N-1,\ldots,1 \qquad (11)$$

Для реализации расчета тонкостенных стержней при циклическом нагружении составлена модифицированная комплексная программа на объектно-ориентированном языке. Методика расчета несущих элементов конструкций реализована на ANSYS [12-15].

Получены системы дифференциальных уравнений второго порядка с соответствующими граничными условиями. Для решения краевых задач применяются вычислительные алгоритмы и методы конечных разностей. В тестовом примере показана кинетика изменения расчетных величин по циклам для различных материалов.

Список источников

1. Ильюшин А.А. Пластичность. - М. : Логос, 2004, 388 с.
2. Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. – Т.: Фан, 1966. -394 с.
3. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. М.: URSS. 2019. – 344 с.
4. Буриев Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций. Т.: Изд. «Фан», 1986, - 244с.
5. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержени. –М.: Физматгиз, 1959, 568 с.

6. Абдусаттаров А., Абдукадиров Ф.Э., Исомиддинов А.И. К моделированию расчета упругопластических стержней при пространственно-переменном нагружении с учетом накопления повреждаемости // Проблемы вычислительной и прикладной математики, ТАТУ, 2019, №5(23), с.5-9.
7. Абдусаттаров А., Абдукадиров Ф.Э., Шамсиев Д.Н. К анализу напряженного состояния и длительной прочности цилиндрической и конической трубы из полимерных материалов. Вестник ТашИИТ, 2019. №3, с.38-46.
8. А.Абдусаттаров, Ф.Э.Абдукадиров, Ш.С.Хожахматов. Об упругопластическом изгибе тонких пластин и стержней при переменном нагружении// Материалы XII межд. науч.-прак. конференции, посвященной 160-летию БЕЛОРУССКОЙ железной дороги, 2022,с.157-159.
9. А.М. Карабаев , А.Абдусаттаров, Ф.Э. Абдукадиров, С.Ш. Хожахматов. К моделированию расчета деформирования плиты (асфальтобетонных покрытий) с учетом повреждаемости материалов. // Железнодорожный транспорт: актуальные задачи и инновации, 2023 №1, с.37-46
10. Abdusattarov A., Abdukadirov F. E., Sobirov N. X. Numerical calculation of elements of thin-walled structures under alternating loading taking into account damage // Journal of Physics: Conference Series. - IOP Publishing, 2020. - T. 1479. - № . 1. - P. 12-14.
11. A. Abdusattarov, N. Ruzieva, N. Sabirov and F. Abdukadirov. Mathematical models of deformation of underground pipelines interacting with the ground under spatial-variable loading. AIP Conference Proceedings 2612, 040015 (2023). -040015-1 - 040015-14, 2023-yil. 10.1063/5.0116043
12. А.Абдусаттаров, Ф.Э.Абдукадиров. Компьютерная реализация расчета несущих элементов конструкций (на примере метро-эстакады)
13. Абдукадиров Ф. Э., Абдусаттаров А. Реализация методики расчета несущих элементов конструкций с использованием ПК ANSYS //International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. – 2022. – С. 210-213.
14. Абдукадиров, Фарход. "Компьютерная реализация расчета эстакада-ригеля на стойки с применением ANSYS." InterConf (2021).
15. Абдукадиров Ф. Э. К расчету напряженно-деформированного состояния элементов инженерных конструкций-ригеля на ANSYS //Проблемы безопасности на транспорте. – 2021. – С. 111-112.