https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

**SAODAT SHUXRATBOY QIZI MARDIYEVA**
Ikkinchi kurs magistrant,
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti,
Elektron pochta: saodatmardiyeva@gmail.com
Ilmiy rahbar: **A.Ya.Narmanov**
Toshkent, O‘zbekiston.

# DIFFERENSIAL O‘YINLAR NAZARIYASIDA KO‘P SONLI QUVUVCHILARDAN QOCHISH STRATEGIYASI

**Annotatsiya**

Ushbu maqolada $R^n$ fazoda m ta quvuvchi va bitta qochuvchi ishtirok etadigan differensial o‘yin qaraladi. Harakatlar birinchi tartibli differensial tenglamalar bilan tasvirlangan. Quvuvchilar maqsadi qochuvchini ushlash, qochuvchi esa ushalinmaslik strategiyasini izlashdan iborat. Quvuvchilarning tezlik cheklovlariga qarab, qochuvchining g‘alaba strategiyasining mavjudligi shartlari isbotlanadi.

**Kalit so‘zlar**

Differensial o‘yin, ta‘qib muammosi, quvuvchi, qochuvchi, bo‘laklab-dasturiy strategiya, tezlik cheklovi.

# СТРАТЕГИЯ МНОЖЕСТВЕННОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ И УКЛОНЕНИЯ В ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

**Аннотация**

В данной работе рассматривается дифференциальная игра в пространстве $R^n$ с m преследователями и одним убегающим. Действия в ней описываются дифференциальными уравнениями первого порядка. Цель преследователей — поймать убегающего, а цель убегающего — найти стратегию, позволяющую избежать поимки. Доказаны условия

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

существования выигрышной стратегии убегающего при наличии ограничений на скорость преследователей.

**Ключевые слова**

Дифференциальная игра, задача преследования, преследователь, убегающий, кусочно-программная стратегия, ограничение по скорости.

## MULTIPLE-PURSUIT EVASION STRATEGY IN DIFFERENTIAL GAME THEORY

**Annotation**

This article considers a differential game in the space $R^n$ with m pursuers and one escaper. The actions are described by first-order differential equations. The pursuers' goal is to catch the escaper, and the escaper's goal is to find a strategy to avoid being caught. The conditions for the existence of a winning escaper strategy are proved, depending on the speed constraints of the pursuers.

**Keywords**

Differential game, pursuit problem, pursuer, escapee, piecewise-program strategy, speed constraint.

## KIRISH

Differensial o‘yinlar nazariyasi zamonaviy matematikaning dinamik tizimlarni o‘rganishda qo‘llaniladigan muhim sohalaridan biridir. Bu nazariya ikki yoki undan ortiq raqobatchi tomonlarning harakatini matematik modellashtirishga qaratilgan bo‘lib, ularning maqsadlari bir-biriga zid bo‘ladi. Differensial o‘yinlarning asosiy g‘oyasi L. S. Pontryagin va uning hamkasblari tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, keyinchalik R. Isaacs, N. N. Krasovskiy, A. A. Chikriy va boshqa olimlar tomonidan rivojlantirilgan.

“Quvish-qochish” o‘yinlari differensial o‘yinlar nazariyasining eng muhim va qiziqarli yo‘nalishlaridan birini hisoblanadi. Bu turdagi masalalar quvuvchilar guruhi va yagona qochuvchi o‘rtasidagi o‘yinni o‘rganadi, bunda quvuvchilar qochuvchini ushlashga, qochuvchi esa abadiy qochishga harakat qiladi.

## Ta’rif

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

$R^n$ fazoda $m+1$ ishtirokchi: $m$ ta quvuvchi $P_1, P_2, ..., P_m$ va $E$ qochuvchiga ega $G$ differensial o‘yin qaralmoqda. $P_i$ quvuvchi quyidagi qonuniyat bilan harakat qiladi:

$$\dot{x}_i = u_i, \quad \|u_i\| \quad \alpha_i, \quad x_i(0) = x_i^0,$$

E esa quyidagi qonuniyat bilan harakat qilsin:

$$\dot{y} = \upsilon, \|\upsilon\| \quad \beta, \quad y(0) = y_0, \quad y_0 \quad x_i^0.$$

**1-teorema.**

Agar $m \quad n, \max_i \alpha_i \quad \beta$ bo‘lsa, E qochuvchining shunday bo‘laklab-dasturiy strategiyasi mavjud bo‘lsinki barcha $t \quad 0$ , $i$ va istalgan $x_1(t), x_2(t), ..., x_m(t)$ trayektoriyalari uchun $y(t) \quad x_i(t)$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsin.

**Isbot.**

Strategiya qurish:

Vaqtni $\delta > 0$ uzunlikdagi oraliqlarga bo‘lamiz:

$[0, \delta], [\delta, 2\delta], [2\delta, 3\delta], ...$

Har $[k\delta, (k+1)\delta]$ oraliqda qochuvchi $E$ doimiy $v_k$ boshqaruv vektordan foydalanadi $(\| v_k \| = \beta)$. $t_k = k\delta$ vaqtda:

$y_k = y(t_k)$ - qochuvchining holati

$x_{i,k} = x_i(t_k)$ - quvuvchilarning holatlari

$m \quad n$ sharti tufayli, shunday $p_k$ birlik vektor topish mumkinki:

$p_k(y_k - x_{i,k}) \quad 0$ hamma $i = 1, ..., m$ uchun $v_k$ ni quyidagicha tanlaymiz:

Agar $p_k(y_k - x_{i,k}) > 0$ bo‘lsa, $v_k = \beta p_k$

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

Agar $p_k(y_k - x_{i,k}) < 0$ bo‘lsa, $v_k = -\beta p_k$

$(v_k, x_{i,k} - y_k)$ 0 hamma $i$ uchun.

Hisoblash:

$t$ $[t_k, t_{k+1}]$ oraliqda:

Quvuvchilar:

$$x_i(t) = x_{i,k} + \int_{t_k}^{t} u_i(s)ds = x_{i,k} + (t - t_k)\tilde{u}_i(t)$$

bu yerda $\tilde{u}_i(t) = \frac{1}{t - t_k}\int_{t_k}^{t} u_i(s)ds, \|\tilde{u}_i(t)\|$ $\alpha_i$

Qochuvchi:

$$y(t) = y_k + (t - t_k)v_k$$

Farqni tahlil qilish

$t$ $[t_k, t_{k+1}]$ uchun:

$$x_i(t) - y(t) = x_{i,k} - y_k + (t - t_k)(\tilde{u}_i(t) - v_k$$

ga nisbatan skalyar ko‘paytmani hisoblaymiz:

$$(v_k, x_i(t) - y(t)) = (v_k, x_{i,k} - y_k) + (t - t_k)[(v_k, \tilde{u}_i(t)) - \beta^2].$$

Tengsizliklarni isbotlash

a) $(v_k, x_{i,k} - y_k)$ 0 (tanlashimiz bilan bog‘liq)

b) $(v_k, \tilde{u}_i(t))$ $\|\tilde{u}_i(t)\|$ $\alpha_i$ $\beta$

c) $(v_k, \tilde{u}_i(t)) - \beta^2$ $\beta - \beta^2$ Agar $\beta > 0$ bo‘lsa:

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

$(v_k, \tilde{u_i}(t)) - \beta^2 < 0$.

Shuning uchun:

$(v_k, x_i(t) - y(t)) < 0$ har $t$ $[t_k, t_{k+1}]$ uchun.

Xulosa shundan iboratki $(v_k, x_i(t) - y(t)) < 0$ bo‘lgani uchun, $x_i(t)$ $y(t)$ bo‘ladi, chunki agar ular teng bo‘lsa, skalyar ko‘paytma 0 bo‘lar edi.

Har $[k\delta, (k+1)\delta]$ oraliqda $y(t)$ $x_i(t)$ bo‘lgani uchun, butun $t$ 0 va hamma $i$ uchun $y(t)$ $x_i(t)$.

Qurilgan strategiya bo‘lakma-dasturiy strategiya hisoblanadi:

Vaqtni qisqa oraliqlarga bo‘lamiz;

Har oraliqda doimiy boshqaruvdan foydalanamiz;

$m$ $n$ sharti har doim mos yo‘nalish topish imkonini beradi.

Masala shartlari qanoatlantirildi.

**2-teorema.**

Agar $\max_i\{\alpha_1\ \alpha_2\ \ \alpha_{m-1}\ \beta\ \alpha_m\ \beta\ y_0\ \ x_1^0, x_2^0, ..., x_{m-1}^0\}$ bo‘lsa, E qochuvchining shunday bo‘laklab-dasturiy strategiyasi mavjud bo‘lsinki barcha $t$ 0, $i$ va istalgan $x_1(t), x_2(t), ..., x_m(t)$ trayektoriyalari uchun $y(t)$ $x_i(t)$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsin.

**Isbot.**

Strategiya qurish:

Quyidagi bo‘laklab-dasturiy strategiyani qo‘llaymiz:

1. Boshlang‘ich vaqt: $t_0 = 0, y_0 = y^0, x_{i,0}^0 = x_i^0$

2. Har bir k-qadamda $(k = 0, 1, 2, ...)$:

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

$t_k$ vaqtda holatlarni aniqlaymiz: $y_k = y(t_k), x_{i,k} = x_i(t_k)$;

$p_k$ birlik vektor tanlaymiz shundayki, $p_k(y_k - x_{i,k})$ 0 bo‘lsin barcha $i = 1,...,m-1$ uchun

$q_k = (y_k - x_{m,k}) - [p_k(y_k - x_{m,k})]p_k$ vektor hisoblaymiz;

$\delta_k$ =(1/2) ( ў $q_k$ ў / $\alpha_m$ ) deb belgilaymiz;

$[t_k, t_k + \delta_k]$ oraliqda $v(t) = \beta p_k$ deb olamiz.

Strategiyaning to‘g‘riligini isbotlash.

1)Birinchi $m-1$ ta quvuvchilar uchun:

Har bir $i = 1,...,m-1$ uchun $\varphi_i(t) = p_k \cdot (y(t) - x_i(t))$ funksiyani ko‘rib chiqamiz.

$[t_k, t_k + \delta_k]$ oraliqda:

$\varphi_i(t_k) = p_k \cdot (y(t) - x_{i,k}(t))$ 0;

$$\varphi_i'(t) = p_k \cdot (\dot{y}(t) - \dot{x}_i(t)) = p_k \cdot (v(t) - u_i(t)) = \beta - p_k \cdot u_i(t).$$

ў $u_i$ ў $\alpha_i$ $\beta$ va ў $p_k$ ў=1 bo‘lgani uchun $p_k \cdot u_i(t)$ $\alpha_i$ $\beta$, shuning uchun $\varphi_i'(t)$ 0 . Demak, $\varphi_i(t)$ kamaymaydi, ya'ni $\varphi_i(t)$ $\varphi_i(t_k)$ 0 barcha $t$ $[t_k, t_k + \delta_k]$ uchun.

Agar $\varphi_i(t) > 0$ bo‘lsa, $y(t)$ $x_i(t)$. Agar $\varphi_i(t) = 0$ bo‘lsa, u holda $\varphi_i'(t)$ = 0 bo‘lishi kerak, bu esa $p_k \cdot u_i(t) = \beta$ degani. Lekin ў$u_i(t)$ў $\alpha_i$ $\beta$ bo‘lgani uchun $u_i(t) = \beta p_k$ bo‘lishi kerak. Bu holda $x_i(t) = x_{i,k} + \beta p_k(t - t_k)$ va $y(t) = y_k + \beta p_k(t - t_k)$, shuning uchun $y(t) - x_i(t) = y_k - x_{i,k}$ 0, ziddiyat. Demak, $y(t)$ $x_i(t)$ barcha $i = 1,...,m-1$ uchun.

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

2)So‘nggi quvuvchi $P_m$ uchun:

$[t_k, t_k + \delta_k]$ oraliqda $\psi(t) = p_k \cdot (y(t) - x_m(t))$ funksiyani ko‘rib chiqamiz:

$$\psi'(t) = p_k \cdot (v(t) - u_m(t)) = \beta - p_k \cdot u_m(t) \quad \beta - \alpha_m > 0,$$

shuning uchun $\psi(t)$ qat'iy o‘sadi.

Endi $d(t) = \| y(t) - x_m(t) \|$ masofani ko‘rib chiqamiz. $d(t) \| q(t) \|$, bu yerda $q(t) = (y(t) - x_m(t)) - \psi(t) p_k$ $p_k$ ga perpendikulyar komponent.

$q(t)$ ning o‘zgarishi:

$$q'(t) = (\dot{y}(t) - \dot{x}_i(t)) - \psi'(t) p_k = (v(t) - u_m(t)) - (\Omega - p_k \cdot u_m(t)) p_k = -u_m(t) + (p_k \cdot u_m(t)) p_k$$

Shuning uchun $\| q'(t) \| \| u_m(t) \| \alpha_m$.

$t_k$ da $\| q_k \| = \| q(t_k) \|$, va $\delta_k = (1/2) (\| q_k \| / \alpha_m)$ tanlanganimiz uchun, barcha $t$ $[t_k, t_k + \delta_k]$ uchun:

$$\| q(t) \| \| q_k \| - \alpha_m \delta_k = \| q_k \| - \alpha_m (1/2) (\| q_k \| / \alpha_m) = (1/2) \| q_k \| > 0$$

Demak, $d(t) \| q(t) \| > 0$, shuning uchun $y(t)$ $x_m(t)$.

Takrorlanish

Har bir oraliq oxirida $t_{k+1} = t_k + \delta_k$ da $y(t_{k+1})$ $x_i(t_{k+1})$ barcha $i$ uchun, shuning uchun prosesni takrorlash mumkin. $\delta_k > 0$ bo‘lgani uchun vaqt cheksiz davom etadi.

Masalaning xulosasi shuki quyidagi bo‘lakma-dasturiy strategiya:

Har bir $t_k$ da $p_k$ ni $p_k \cdot (y_k - x_{i,k})$ $0 (i = 1, \ldots, m-1)$ shart bajaradigan qilib tanlash

$\delta_k = (1/2) (\| q_k \| / \alpha_m)$ bilan $q_k = (y_k - x_{m,k}) - p_k \cdot (y_k - x_{m,k}) p_k$

$[t_k, t_k + \delta_k]$ da $v(t) = \beta p_k$

qilib boshqarish barcha $t$ 0 va barcha i uchun $y(t)$ $x_i(t)$ bo‘lishini ta’minlaydi.

**XULOSA**

Ushbu maqolada $R^n$ fazoda $m$ ta quvuvchi va bitta qochuvchi ishtirok etadigan differensial o‘yinda qochuvchining g‘alaba strategiyasi mavjudligi

https://wordlyknowledge.uz/index.php/gpble
Qabul qilingan sana: 07.12.2025
Nashr etilgan sana: 30.01.2026

shartlari ko‘rib chiqildi. Ikkita teorema uchun (quvuvchilar sonining o‘lchovdan oshmasligi va tezlik cheklovlari, yoki so‘nggi quvuvchining tezligi past va boshlang‘ich holatning qavariq qoplamada bo‘lmasligi) qochuvchi uchun bo‘laklab-dasturiy strategiya qurish usullari isbotlandi. Bu natijalar differensial o‘yinlar nazariyasida ko‘p holatlar uchun qochuvchining imkoniyatlarini belgilashda muhim ahamiyatga ega.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:**

1. Мардиева, С. Ш., & Маматов, М. Ш. (2025). О дифференциальных играх с простимы движениями. In The World Of Science and Education, (15 мая ФН), 48-55.
2. Isaacs Rufus. Differential Games. New York: Wiley, 1965, 384 p.
3. Маматов М.Ш., Темуров С.Й., Махмудова Д. М., Куницын А. З. О применении информационно-коммуникационных технологий при развитии самостоятельного творческого мышления молодежи. Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – Москва. 2012. – №3. – С. 234–241.
4. Маматов М.Ш., Махмудова Д. М., Темуров С.Ю. Выявление аналитического творческого мышления студентов при помощи решения проблемных геометрических задач. Вестник Тамбовского Университета. – Тамбов. 2013. – Том 18, вып. 5. – С. 2596-2597.
5. Сатимов Н.Ю., Маматов М.Ш. Об одном классе линейных дифференциальных игр преследования и убегания. Труды Таш ГУ. – Ташкент. 1981. - №670. – С. 64-75.
6. Сатимов Н.Ю., Маматов М.Ш. О задачах преследования и уклонения от встречи в дифференциальных играх между группами преследователей и убегающих. ДАН УзССР. – Ташкент. 1983. - №4. – С.2-5.