DOI 10.5281/zenodo.8402510

Madrimov Madraxim Baxtiyor o'g'li
Toshkent shahar, Olmazor tumani, Mirzo Ulug'bek nomidagi
O'zbekiston Milliy Universiteti magistri
Email: madraximxon31@gmail.com
Tel: (+99 890) 579 40 99

STIFEL KO'PXILLIGI GEOMETRIYASI

Annotatsiya: Ushbu maqolada Stifel ko'pxilligi evklid fazosiga akslantirishda sirt o'lchami keltirilgan V (n,k) to'plam akslantirish natijasida hosil bo'lgan bo'lgan sirt ko'rib o'tilgan.

Kalit so'zlar: Ortoganal matritsa, birlik vektor, izometrik akslantirish, nuqta, aylana, sfera.

$V(n,k)-k$ o'lchovli evklid fazosini n o'lchovli fazoga chiziqli izometrik akslantirish to'plami.

Bu yerda $k,n \in R$ hamda $0 \leq k \leq n$ shartni qanotlantiruvchi butun sonlar.

Bizga A ortoganal matritsa berilgan bo'lsin . Biz k o'lchovli evklid fazosidan n o'lchovli evklid fazosiga o'tishda biror k ta vektor bo'ylab amalga oshirishimiz kerak, bizga birlik vektorlar qulay bo'lgani uchun shu birlik vektorlardan foydalanamiz.

$\vec{e_1},\vec{e_2},...,\vec{e_k}$ $(e_i * e_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 agar\ i = j bo'lsa, \\ 0 agar\ i \neq j bo'lsa \end{cases}$

Shunday $\bar{x}$ nuqta tanlaymizki R^k ga tegishli bo'lgan bu nuqtamiz $\bar{x} = x^1\vec{e_1} + x^2\vec{e_2} + ... + x^k\vec{e_k}$ ko'rinishda ifodalanadi va bu nuqtada

$f(\bar{x}) = x^1 A\vec{e_1} + x^2 A\vec{e_2} + ... + x^k A\vec{e_k}$

Chiziqli izometrik akslantiruvchi funksiyani quramiz.

Endi A ortoganal matritsa bo'lgani uchun $A * A^T = E$ hamda $\det A = \det A^T$ shunday ekan $\det(A * A^T) = \det A * \det A^T = (\det A)^2$ $\det E = 1$ $(\det A)^2 = 1$ $\det A = \pm 1$ $\det A = 1$ bo'lganda akslantiruvchi $f(\bar{x})$ funksiyamiz o'ng uchlikni⁻o'ng uchlikka, chap uchlikni⁻chap uchlikka o'tkazadi, aksincha $\det A = -1$ bo'lsa o'ng uchlikni⁻chap uchlikka, chap uchlikni⁻o'ng uchlikka o'tkazadi.

$$A = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{21} & \cdots & v_{k1} \\ v_{12} & v_{22} & \cdots & v_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{1n} & v_{2n} & \cdots & v_{kn} \end{pmatrix}$$ A matritsaning elementlari soni $n*k$ ta elementdan

https://wordlyknowledge.uz

iborat. Endi

$$|A\overrightarrow{e_1}| = \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ \vdots \\ v_{1n} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ \vdots \\ v_{1n} \end{pmatrix} = 1$$

$$|A\overrightarrow{e_2}| = \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ \vdots \\ v_{2n} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ \vdots \\ v_{2n} \end{pmatrix} = 1 \qquad |A\overrightarrow{e_k}| = \begin{pmatrix} v_{k1} \\ v_{k2} \\ \vdots \\ v_{kn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{k1} \\ v_{k2} \\ \vdots \\ v_{kn} \end{pmatrix} = 1$$

$$\dots$$

Demak, $\begin{cases} |A\overrightarrow{e_1}| = 1 \\ |A\overrightarrow{e_1}| + |A\overrightarrow{e_2}| = 2 \\ \vdots \\ |A\overrightarrow{e_1}| + |A\overrightarrow{e_2}| + \dots + |A\overrightarrow{e_k}| = k \end{cases}$ bu sistemaning yig'indisi $1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$ ga teng. $V(n,k)$ to'plam elemenlari soni $\frac{k(k+1)}{2}$ ga kamayadi ya'ni: $nk - \frac{k(k+1)}{2}$ (1)

(1) Formula ixtiyoriy $V(n,k)$ fazoda Stifel ko'pxilligini $f(\overline{x})$ akslantirishdagi sirtini o'lchamini ifodalaydi.

$V(n,1)$ $-S^{n-1}$ sferaga akslanadi. $V(n,2), V(n,3), \dots, V(n,n)$ hollarda hosil bo'ladigan tenglamalar sonini $V(n,k)$ to'plam elementlari sonidan ayirsak yuqoridagi (1) formula kelib chiqishini ham ko'rishimiz mumkin.

Misol uchun $V(2,1)$ to'plam f akslantirishimizda $S^{2-1} = S^1$ yani aylanaga akslanar ekan haqiqatan ham, $V(2,1)$ $-$bir o'lchovli evklid fazosini ikki o'lchovli fazoga chiziqli akslantiruvchi izometrik akslantirish to'plami.

$V(2,1)$ $R^1 \to R^2$ R^1 ga tegishli e birlik vektorni, hamda unga tegishli biror $\overline{x}$ nuqtani olamiz $\overline{x} = A\overline{x} = \lambda\vec{e}$ u holda $f(x) = \lambda A\vec{e}$ bo'ladi. Bundan

$A\vec{e} = \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{pmatrix} = |v_{11}^2 + v_{12}^2| = 1$ $v_{11}^2 + v_{12}^2 = 1$ (2) aylana tenglamasi hosil bo'ldi. Biz buni o'lchovi S^1 ga akslanishini aytgan edik. Endi buni (1) Shtifel fo'rmulasiga qo'yamiz: Bu yerda $n=2, k=1$ $2*1 - \frac{1(1+1)}{2} = 2-1=1$ $V(2,1)$ to'plamimiz 2 ta elementdan iborat, undan biz hosil qilgan yuqoridagi (2) bitta tenglama sonini ayirsak 2-1=1 bo'lishini osongina ko'ramiz.

Endi $V(3,1)$ va $V(3,2)$ hollarni ko'raylik qolgan barcha hollar $V(n,k)$ hammasi shu tartibda bajariladi.

https://wordlyknowledge.uz

$V(3,1)$ $R^1 \to R^3$ R^1 dan e birlik vektor va biror $\bar{x}$ nuqta tanlab olamiz $\bar{x} = \lambda\vec{e}$ $f(\bar{x}) = \lambda A\vec{e}$ bu holda $|A\vec{e}| = \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \end{pmatrix} = v_{11}^2 + v_{12}^2 + v_{13}^2 = 1$ bo'ladi $v_{11}^2 + v_{12}^2 + v_{13}^2 = 1$ (S^2) sfera tenglamasini ifodalaydi. (1) fo'rmuladan ham $n=3, k=1$ dan $3*1 - \frac{1(1+1)}{2} = 3-1 = 2$ S^2 ekanini ko'rsatdik. Keyingi barcha $V(n,1)$ hollarda $-$ S^{n-1} sferaga akslanishi ravshan.

$V(3,2)$ holatni ham ko'rsak bunda f funksiya $R^2 \to R^3$ bajaradi. Endi R^2 ga tegishli ikkita e_1, e_2 vector hamda biror $\bar{x} = \lambda^1\vec{e_1} + \lambda^2\vec{e_2}$ nuqta olamiz. U holda f akslantiruvchi funksiya $f(\bar{x}) = \lambda^1 A\vec{e_1} + \lambda^2 A\vec{e_2}$ bo'ladi.

$$|A\vec{e_1}| = \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \end{pmatrix} = v_{11}^2 + v_{12}^2 + v_{13}^2 = 1$$

va

$$|A\vec{e_2}| = \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ v_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ v_{23} \end{pmatrix} = v_{21}^2 + v_{22}^2 + v_{23}^2 = 1$$

bundan tashqari yana bitta tenglamamiz bor $\delta_{ij} = 0$ holat ularni sistema qilib yozsak $\begin{cases} v_{11}^2 + v_{12}^2 + v_{13}^2 = 1 \\ v_{21}^2 + v_{22}^2 + v_{23}^2 = 1 \\ v_{11}v_{21} + v_{12}v_{22} + v_{13}v_{23} = 0 \end{cases}$

3 ta tenglama hosil bo'ldi $V(3,2)$ to'plam elementlari soni $3*2=6$ ta undan hosil qilgan tenglamalarimiz sonini ayirsak $6-3=3$ qoladi. Demak, n va k larni o'zgartirib yuqoridagi (1) fo'rmula har doim o'rinli bo'lishini ko'rishimiz mumkin.

Foyfdalanilgan adabiyotlar:

1. В.А.Рохлин, Д.Б.Фукс. **НАЧАЛЬНЫЙ КУРС ТОПОЛОГИИ** ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ГЛАВЫ ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА» Москва 1977
2. Muirhead, Robb J. (1982). *Aspects of Multivariate Statistical Theory*. John Wiley & Sons, Inc., New York. pp. xix+673. ISBN 0-471-09442-0.

https://wordlyknowledge.uz