FUNKSIYANI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRISH VA GRAFIGINI CHIZISH

Azimov Sherzod Shakarovich[1],

Kenjayev Sharof Shermuxamatovich[2]

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali akademik litseyi matematika fani o‘qituvchisi[1]

Shahrisabz “Temurbeklar maktabi” harbiy-akademik litseyi matematika fani o‘qituvchisi[2]

Annotatsiya: Hosiladan foydalanish differensiallanuvchi funksiyalarni tekshirishni va ularning grafiklarini yasashni ancha yengillashtiradi. Hosila yordamida funksiyalarning o‘sish va kamayish oraliqlarini (intervallarini), kritik nuqtalarini hamda ekstremumlarini aniqlash mumkin. Bu esa tekshirilayotgan funksiyalarning grafiklarini aniqroq yasash imkoniyatini beradi.

Kalit so‘zlar: Funksiya, funksiya grafigi, aniqlanish sohasi, funksiya juftligi va toqligi, davriy funksiya, koordinata o‘qi.

$y = f(x)$ funksiya berilgan bo‘lib, uning grafigini yasash talab qilinsin. Buning uchun funksiyani uning hosilasi yordamida quyidagi reja asosida tekshiriladi va grafigi chiziladi:

1. Berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi topiladi.

2. $y = f(x)$ funksiyaning juft yoki toqligi, davriyligi tekshiriladi. Bunda shuni hisobga olish kerakki, agar $f(-x) = f(x)$ bo‘lsa, berilgan funksiya juft bo‘ladi va uning grafigi OY ordinatalar o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘ladi. Agar $f(-x) = -f(x)$ bo‘lsa, funksiya toq bo‘lib, uning grafigi koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik bo‘ladi.

Agar $f(x+T) = f(x)$ tenglik T o‘zgarmas son bo‘lganda bajarilsa, ***funksiya davriy*** deyiladi. Davriy funksiyaning grafigi T davr osha takrorlanadi.

3. Berilgan funksiyaning $f'(x)$ hosilasi topiladi. $f'(x) = 0$ tenglama yechilib, funksiyaning kritik nuqtalari aniqlanadi.

4. Berilgan $y = f(x)$ funksiyaning monotonlik oraliqlari va ekstremumlari topiladi. Monotonlik oraliqlarini topishda ikkita quyidagi shartdan foydalaniladi:

1) ularning chegaralari kritik nuqtalar va funksiya aniqlangan nuqtalardan iborat;

2) agar qaralayotgan oraliqda hosila musbat (ya’ni $f'(x) > 0$) bo‘lsa, funksiya bu oraliqda o‘sadi; agar qaralayotgan oraliqda funksiyaning hosilasi manfiy (ya’ni $f'(x) < 0$) bo‘lsa, funksiya kamayuvchi bo‘ladi.

Agar $x = x_0$ kritik nuqtadan o‘tganda funksiyaning hosilasi o‘z ishorasini musbatdan manfiyga o‘zgartirsa, $x = x_0$ kritik nuqta maksimumga ega bo‘ladi. Agar funksiyaning ishorasi manfiydan musbatga o‘zgarsa, funksiya $x = x_0$ nuqtada minimumga ega bo‘ladi.

5. Berilgan funksiya grafigining koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalari topiladi. Bunda $f(x)=0$ deb olinib, funksiya grafigining absissalar o‘qi bilan, $x=0$ deb, grafikning ordinatalar o‘qi OY bilan kesishish nuqtalari topiladi. Bunda chegaralari grafikning OX o‘qi bilan kesishish nuqtalari va funksiya aniqlanmagan nuqtalar bo‘lgan ishora o‘zgarmaslilik oraliqlarini topish mumkin. Bu nuqtalarni sonlar o‘qida belgilab, shu oraliqlarning har birida funksiyaning ishorasi aniqlanadi.

6. Yuqoridagi olingan ma’lumotlar asosida jadval tuzib, funksiya grafigi chiziladi.

Misol. $f(x)=x^3-12x$ funksiyani hosila yordamida tekshiring va grafigini chizing.

Yechilishi: 1. Berilgan funksiya algebraik funksiya bo‘lib, uning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to‘plamidan iborat.

2. Berilgan funksiya toq, chunki grafigi koordinatalar boshiga nisbatan simmetrikdir, u davriy emas.

$$f(-x)=(-x)^3-12(-x)=-(x^3-12x)$$

3. Funksiyaning hosilasini topamiz:

$$f'(x)=(x^3-12x)'=(x^3)'-(12x)'=3(x^2-4)$$

$x^2-4=0$ tenglamani yechib, kritik nuqtalar topiladi:

$x^2=4$, $x_1=-2,\ x_2=2.$

4. Sonlar o‘qida $x_1=-2$ va $x_2=2$ nuqtalarni belgilaymiz va $(-\infty;-2)$, $(-2;2)$, $(2;+\infty)$ oraliqlarda hosilaning ishorasini aniqlaymiz. Bu oraliqlarning har birida funksiyaning o‘zgarishini aniqlaymiz:

$(-\infty;-2)$ da: $x=-3$ bo‘lsa, $f'(-3)=3(9-4)>0$ - funksiya o‘sadi;

$(-2;2)$ da: $x=0$ bo‘lsa, $f'(0)=3(0-4)<0$ -funksiya kamayadi.

$(2;+\infty)$ da: $x=3$ bo‘lsa, $f'(3)=3(9-4)>0$ - funksiya o‘sadi.

$x=-2$ nuqtadan o‘tishda hosila o‘z ishorasini musbatdan manfiyga o‘zgartiradi, $x=2$ nuqtadan o‘tganda esa manfiydan musbatga o‘zgartiradi. Shuning uchun $x=-2$ nuqtada funksiya maksimumga erishadi, $x=2$ da esa minimumga erishadi:

$f_{max}(-2)=(-2)^3-12(-2)=16$, $f_{max}(2)=2^3-12\cdot 2=-16$.

5. Funksiya grafigining koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini topamiz.

$x=0$ bo‘lsin, u holda, $y=0$ bo‘ladi, ya’ni grafik koordinatalar boshidan o‘tadi va OY o‘qi bilan boshqa umumiy nuqtalarga ega bo‘lmaydi.

$y=0$ bo‘lsin, u holda, funksiya grafigining OX o‘q bilan kesishish nuqtalari quyidagicha topiladi:

$x^3-12x=0,\ x(x^2-12)=0$. Bundan, $x_1=0$ va $x_{2,3}=\pm 2\sqrt{3}$.

Sonlar o‘qida $x=-2\sqrt{3}$, $x=0$ va $x=2\sqrt{3}$ nuqtalarni belgilab olamiz va $(-\infty;\ -2\sqrt{3})$, $(-2\sqrt{3};0)$, $(0;2\sqrt{3})$ hamda $(2\sqrt{3};+\infty)$ oraliqlarning har birida funksiyaning ishorasini tekshirib, funksiyaning ishora o‘zgarmaslilik oraliqlarini topamiz:

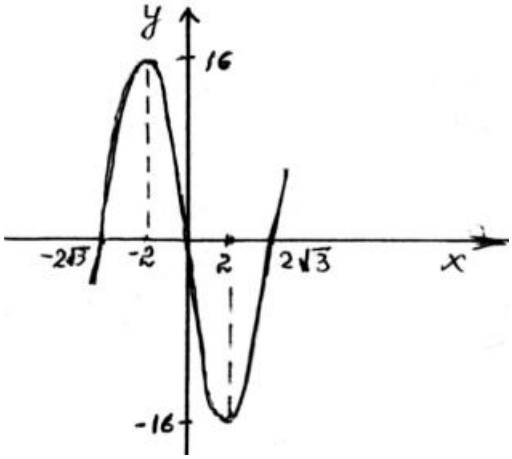
$(-\infty;\ -2\sqrt{3})$ da $x=-4$ bo‘lsin, u holda, $f(-4)=-4(16-12)<0$, ya’ni funksiyaning grafigi OX o‘qidan pastda joylashgan.

$(-2\sqrt{3};0)$ da $x=-1$ bo‘lsin, u holda, $f(-1)=-1(1-12)>0$, ya’ni grafik OX o‘qidan yuqorida joylashgan.

$(0;2\sqrt{3})$ da $x=1$ bo‘lsin, u holda, $f(1)=1(1-12)<0$, ya’ni grafik OX o‘qidan pastda joylashgan.

$(2\sqrt{3};+\infty)$ da $x=4$ bo‘lsin, u holda, $f(4)=4(16-12)>0$, ya’ni funksiyaning grafigi OX o‘qidan yuqorida joylashgan.

6. Funksiya grafigini topilganlar asosida chizamiz.



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Sultonov J.S., Sultonov A.J. Oliy matematika. Samarqand – 2012.

2. Abdalimov V. Oliy matematika. – Toshkent: O‘qituvchi, 1994.

3. Soatov Yo.U. Oliy matematika: Oliy texnika o‘quv yurtlari uchun darslik. – Toshkent: O‘qituvchi, 1992.