KUBIK TENGLAMA VA KARDANO FORMULASI

Abduraxmonov Abror Akromovich,

Qaxxarov Akmal Abdug‘ufurovich,

Kenjayev Sharof Shermuxamatovich

Shahrisabz “Temurbeklar maktabi” harbiy akademik litseyi matematika fani o‘qituvchilari

Annotatsiya: Ushbu maqolada uchunchi darajali tenglamalarni Kardano formulasi yordamida yechish haqida so‘z boradi.

Kalit so‘zlar: Daraja, noma’lum, had, koeffitsiyent, normal.

Beriladigan uchinchi darajali tenglamaning eng yuqori darajali noma’lumi oldidagi koeffitsienti $a_0 = 1$ bo‘lgan holda uning ko‘rinishi:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

bo‘ladi. Agar $a_0 \neq 1$ bo‘lsa, berilgan tenglamaning barcha hadlari shu songa, ya’ni bosh koeffitsiyentga qisqartiriladi. Bunday tenglamalarni yechish uchun yangi noma’lum u ga nisbatan uchinchi darajali tenglamaga keltiriladi. Bunda ikkinchi darajali had ishtirok etmasligi lozim.

(1) tenglamani echish uchun $x = y + \alpha$ almashtirish olamiz. So‘ngra, bu almashtirishni (1) ga qo‘yib, u^2 ning koeffitsiyentini nolga tenglashtiramiz va $3\alpha + a = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Bundan, $\alpha = \frac{a}{3}$ (1) da

$$x = y - \frac{a}{3}, \quad p = b - \frac{a^2}{3} \text{ va } q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c \quad (2)$$

almashtirishlardan so‘ng, (1) tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$y^3 + py + q = 0 \quad (3)$$

Bu tenglama ***uchinchi darajali tenglamaning normal ko‘rinishi***dir.

(3) tenglamani yechish uchun u va v yangi noma’lumlar keltiramiz va

$$y = u + v \quad (4)$$

belgilash kiritamiz. (4) ni (3) tenglamaga qo‘yamiz. U holda, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$(u + v)^3 + p(u + v) + q = 0 \quad (5)$$

(5) ning shaklini almashtiramiz:

$$(u^3 + v^3 + q) + (3uv + p)(u + v) = 0 \quad (6)$$

u va v yangi noma’lumlarni shunday aniqlaymizki, quyidagi shartlar bajarilsin:

$3uv + p = 0$, bundan $v = -\frac{p}{3}$. (7)

U holda, (6) va (7) dan: $u^3 + v^3 = -q$ va $u^3v^3 = -\frac{p^3}{27}$ (8)

Bundan ko‘rinadiki, u^3 va v^3 lar

$$z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0 \qquad (9)$$

kvadrat tenglamaning ildizlaridan iborat. Bu tenglamani yechib, ildizlarini topamiz:

$$z_{1,2} = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{24}} \qquad (10)$$

yoki $u^3 = z_1 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{24}}$, $u^3 = z_2 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{24}}$. (11)

(11) ni (4) ga qo‘yamiz:

$$y = u + v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{24}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{24}}} \qquad (12)$$

(12) formulaga ***Kardano formulasi*** deyiladi. Bu formuladagi birinchi va ikkinchi ildizlarning har biri uchtadan qiymatga ega. yechimda u ning har bir qiymatini v ning har bir qiymati bilan olinsa, $y = u + v$ ning to‘qqizta qiymati hosil bo‘ladi. Bu qiymatlardan (4) yig‘indining (7) shartni qanoatlantiruvchi qiymatlari olinadi.

u ning uchta qiymatini topamiz. Bunda u ning u_1 ildizini 1 ning quyidagi uchinchi darajali ildizlariga ko‘paytiramiz:

$$\sqrt[3]{1} = \cos 0 + i\sin 0 = 1,$$

$$\sqrt[3]{1} = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = \varepsilon,$$

$$\sqrt[3]{1} = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \varepsilon^2.$$

U holda, u ning uchinchi darajali ildizlari hosil bo‘ladi:

$$u_1;\ u_2 = \varepsilon u_1;\ u_3 = \varepsilon^2 u \qquad (13)$$

(7) – shartdan *v* ning tegishli qiymatlarini topamiz:

$$v_1 = -\frac{p}{3u_1};\quad v_2 = -\frac{p}{3u_2} = \frac{p}{3\varepsilon u_1} = \varepsilon^2\left(-\frac{p}{3u_1}\right) = \varepsilon^2 v_1;$$

$$v_3 = -\frac{p}{3u_2} = -\frac{p}{3\varepsilon^2 u_1} = \varepsilon\left(-\frac{p}{3u_1}\right) = \varepsilon v_1.$$

Endi u va v larning mos qiymatlari qo‘shiladi hamda u uchun

$$y_1 = u_1 + v_1;\quad y_2 = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2;\quad y_3 = \varepsilon^2 u_1 + \varepsilon u_2 \qquad (14)$$

qiymatlar hosil qilinadi. (14) ga ε va ε^2 larning qiymatlari qo‘yilsa, (3)-normal tenglamaning ildizlari topiladi:

$$y_1 = u_1 + v_1;\quad y_2 = -\frac{1}{2}(u_1 + v_1) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(u_1 - v_1);$$

$$y_3 = -\frac{1}{2}(u_1 + v_1) - i\frac{\sqrt{3}}{2}(u_1 - v_1).$$

u ning y_1, y_2 va y_3 ildizlaridan foydalanib, ularni $x = y - \frac{a}{3}$ almashtirish orqali (1) tenglamaning ildizlari topiladi:

$$x_1 = u_1 + v_1 - \frac{a}{3};\quad x_2 = -\frac{1}{2}(u_1 + v_1) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(u_1 - v_1) - \frac{a}{3};$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}(u_1 + v_1) - i\frac{\sqrt{3}}{2}(u_1 - v_1) - \frac{a}{3}. \qquad (16)$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdalimov V. Oliy matematika. – Toshkent: O‘qituvchi, 1994.

2. J.S.Sultonov, A.J.Sultonov Oliy matematika. Nazariy va amaliy mashg‘ulotlar bo‘yicha uslubiy qo‘llanma. – Samarqand: 2014.