CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHNING BAZI USULLARI

Qaxxarov Akmal Abdug‘ufurovich,

Abduraxmonov Abror Akromovich,

Kenjayev Sharof Shermuxamatovich

Shahrisabz “Temurbeklar maktabi” harbiy-akademik litseyi matematika fani o‘qituvchilari

Annotatsiya: Maqolada matematika fanidagi chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari, ularni o‘quvchilar tomonidan fanni o‘rganishdagi o‘rni, yangi bilimlarni o‘zlashtirish va amaliyotga qo‘llashdagi ahamiyati haqida so‘z boradi.

Kalit so‘zalar: Birgalikdagi sistema, aniq sistema, aniqmas sistema, birgalikda bo‘lmagan sistema, Kramer usuli.

Kramer usulida yechish. Ikki noma’lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \qquad (1)$$

Bunda a_{11}, a_{12}, a_{21} va a_{22} lar noma’lumlar oldidagi koeffitsiyentlar, b_1 va b_2 lar esa ozod hadlardan iboratdir.

Agar tenglamalar sistemasi faqatgina bitta yechimga ega bo‘lsa, bunday sistemaga *birgalikdagi sistema* deyiladi.

Birgalikdagi sistemaga *aniq sistema*, cheksiz ko‘p yechimga ega bo‘lgan birgalikdagi yechimga ega bo‘lmagan sistemaga *aniqmas sistema*, bitta ham yechimga ega bo‘lmagan sistemaga esa *birgalikda bo‘lmagan sistema* deb ataladi.

(1) sistemaning noma’lumlari oldidagi koeffisientlardan determinant tuzamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

Δ determinantning birinchi ustuni elementlari o‘rniga mos ravishda ozod hadlarni qo‘yib, Δ_{x_1} determinantni, ikkkinchi ustun elementlari o‘rniga mos ravishda ozod hadlarni qo‘yib, Δ_{x_2} detemerminantni tuzamiz.

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} \qquad (3)$$

Agar (2) determinant nolga teng bo‘lmasa, (1) sistema yagona

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$$

yechimga ega bo‘ladi. Bu formulani chiqarish yo‘lini ko‘rib utamiz.

(1) sistemadagi birinchi tenglamaning ikkala tomonini (a_{22}) ga, ikkinchi tenglamani esa $(-a_{12})$ ga ko‘paytiramiz.

Hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasidagi tenglamalarning mos hadlarini algebraik qo‘shish usuli yordamida o‘zaro qo‘shsak:

$$(a_{11}\,a_{22} - a_{21}\,a_{12})\,x_1 = b_1\,a_{22} - b_2\,a_{12} \qquad (4)$$

hosil bo‘ladi. Shuningdek, berilgan sistemadagi birinchi tenglamaga $(-a_{21})$ ni, ikkinchisiga (a_{11}) ni ko‘paytirib, ikkala tenglamani o‘zaro qo‘shsak

$$(a_{11}\,a_{22} - a_{21}\,a_{12})\,x_2 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \qquad (5)$$

tenglama hosil bo‘ladi. (4) va (5) ayirmalar determinantlardan iborat. (2), (4), (5) lardan:

$$a_{11}\,a_{22} - a_{21}\,a_{12} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \Delta \qquad (6)$$

$$b_1\,a_{22} - b_2\,a_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = \Delta_{x_1} \qquad (7)$$

$$a_{11}b_2 - a_{21}b_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = \Delta_{x_2} \qquad (8)$$

(6), (7) va (8) belgilashlardan foydalanib, (4) va (5) tenglamalarni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} x_1 \cdot \Delta = \Delta_{x_1} \\ x_2 \cdot \Delta = \Delta_{x_2} \end{cases} \qquad (9)$$

Bulardan

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} \text{ va } x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} \qquad (10)$$

hosil bo‘ladi.

Demak, berilgan sistema (10) formula bilan aniqlanadigan bitta x_1 va x_2 yechimga ega ekan.

Chiziqli tenglamalar sistemasini yuqoridagi usulda yechishga *Kramer usuli* yoki *Kramer qoidasi* deyiladi. (10) formula esa *Kramer formulasi* dan iboratdir.

Agar chiziqli tenglamalar sistemasi uch noma’lumli uchta tenglamadan iborat bo‘lsa, Kramer formulalari quyidagicha, (11) ko‘rinishida bo‘ladi.

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \qquad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} \qquad (11)$$

Gauss usulida yechish. n noma’lumli n ta chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan hamda uning determinanti noldan farqli bo‘lsin. U holda, tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega bo‘ladi.

Biz quyidagi tenglamalar sistemasini noma’lumlarni ketma-ket yuqotish, ya’ni Gauss usulida yechish bilan tanishamiz.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n1}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \qquad (12)$$

chiziqli tenglamalar sistemasining birinchi tenglamasi yordamida qolgan tenglamalardan bir noma'lumni, masalan, x_1 ni yuqotamiz. Natijada, bitta n ta tenglamadan va $n-1$ ta $n-1$ noma'lumli tenglamalardan tuzilgan sistema hosil bo'ladi. Shuningdek, $n-1$ noma'lumli $n-1$ ta tenglamalar sistemasining, masalan, birinchi tenglamasi yordamida qolgan tenglamalardan x_2 noma'lumni yuqotamiz. Natijada, $n-1$ noma'lumli $n-2$ ta $n-2$ noma'lumli tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi va hokazo.

Bu jarayonni davom ettirib, bitta $n-1$ noma'lumli, bitta $n-2$ noma'lumli va hokazo, bitta ikki noma'lumli va bitta bir noma'lumli tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Hosil bo'lgan sistemaning oxirgi tenglamasidan bitta noma'lum aniq qiymatga egaligi ko'rinib qoladi. Bu qiymatni oldingi tenglamaga qo'yib, yana bitta noma'lum topiladi va hokazo. Nihoyat, birinchi tenglamadan n - noma'lum topiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. J.S. Sultonov, A.J. Sultonov Oliy matematika nazariy va amaliy mashg`ulotlar bo`yicha uslubiy qo`llanma. Samarqand 2012.

2. Соатов Ё.У. Олий математика курси. I, II қисм. –Т.: Ўқитувчи, 1994.

3. Usmonov F.R., Isomov R.D., Xo'jaev B.O. Matematikadan qo'llanma. –T.: Yangi asr avlodi, 2006.