ISSN:3030-332X
Impact factor: 9,493
International journal of scientific researchers

TEKISLIKLAR VA TO‘G‘RI CHIZIQLARNING O‘ZARO JOYLASHUVINI O‘RGATISH METODIKASI

Omonova Nargiza Raximovna
Qarshi davlat texnika universiteti dotsenti
e-mail:omonovanargiza92@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.23568826

Annotatsiya

Maqolada fazoda to‘g‘ri chiziq va tekisliklarning o‘zaro joylashuvini o‘rgatishning didaktik asoslari, tushunchalarni izchil shakllantirish bosqichlari hamda ko‘rgazmali, muammoli va tadqiqotga yo‘naltirilgan topshiriqlardan foydalanish metodikasi yoritiladi. Fazoviy munosabatlarni tekis chizmada tasvirlashda yuzaga keladigan qiyinchiliklar tahlil qilinib, real model, dinamik geometriya va analitik tekshirishni birlashtiruvchi dars texnologiyasi taklif etiladi. Maqolada dars maqsadlari, topshiriqlar tizimi, baholash mezonlari va namunaviy misollar berilgan.

Kalit so‘zlar: fazoviy geometriya, to‘g‘ri chiziq, tekislik, parallel, kesishuvchi, ayqash chiziqlar, ko‘rgazmalilik, matematik tafakkur, o‘qitish metodikasi.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ВЗАИМНОМУ РАСПОЛОЖЕНИЮ ПЛОСКОСТЕЙ И ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

Аннотация

В статье рассматриваются дидактические основы изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве, этапы систематического формирования соответствующих понятий, а также методика использования наглядных, проблемно-ориентированных и исследовательских заданий. Анализируются трудности, возникающие при отображении пространственных отношений на двумерной плоскости, и предлагается подход к обучению, сочетающий использование физических моделей, средств динамической геометрии и аналитическую проверку. Кроме того, в статье представлены цели уроков, система заданий, критерии оценивания и наглядные примеры.

Ключевые слова: стереометрия, прямая, плоскость, параллельные, пересекающиеся, скрещивающиеся прямые, наглядное представление, математическое мышление, методика преподавания.

METHODOLOGY FOR TEACHING THE RELATIVE POSITIONS OF PLANES AND STRAIGHT LINES

Abstract

The article explores the didactic foundations for teaching the relative positions of lines and planes in space, the stages for the systematic development of these concepts, and the methodology for employing visual, problem-based, and inquiry-oriented tasks. It analyzes the challenges associated with representing spatial relationships on a two-dimensional plane and proposes a teaching approach that integrates physical models, dynamic geometry, and analytical verification. The article also outlines lesson objectives, a system of tasks, assessment criteria, and illustrative examples.

Keywords: solid geometry, straight line, plane, parallel, intersecting, skew lines, visual representation, mathematical thinking, teaching methodology.

Kirish

Fazoviy geometriya talabalarda uch o‘lchamli obyektlarni tasavvur qilish, geometrik munosabatlarni tahlil etish va chizma asosida mantiqiy xulosa chiqarish ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Biroq fazodagi obyektlarni ikki o‘lchamli qog‘ozda tasvirlash jarayonida parallel qirralarning chizmada yaqinlashib ko‘rinishi, kesishuvchi va ayqash chiziqlarni farqlash, tekislikning chegaralangan shakl sifatida noto‘g‘ri talqin qilinishi kabi qiyinchiliklar uchraydi. Shu sababli mazkur mavzuni o‘qitishda ta’rifni yodlatish bilan cheklanmay, model, chizma, mantiqiy asos va amaliy vaziyatlar o‘rtasida bog‘lanish yaratish muhimdir.

Muammo va mavzuni o‘qitishning nazariy asoslari

Mavzuni o‘zlashtirishdagi asosiy muammo — fazoviy munosabatni tekis chizma orqali anglashdir. Masalan, chizmada ikki chiziq kesishayotgandek ko‘rinsa ham, ular turli tekisliklarda yotib, aslida ayqash bo‘lishi mumkin. Shuning uchun o‘qituvchi uchta tasvirlash vositasini izchil qo‘llashi maqsadga muvofiq: 1) real predmet yoki maket; 2) fazoviy chizma; 3) koordinatalar va vektorlar orqali analitik tekshiruv.

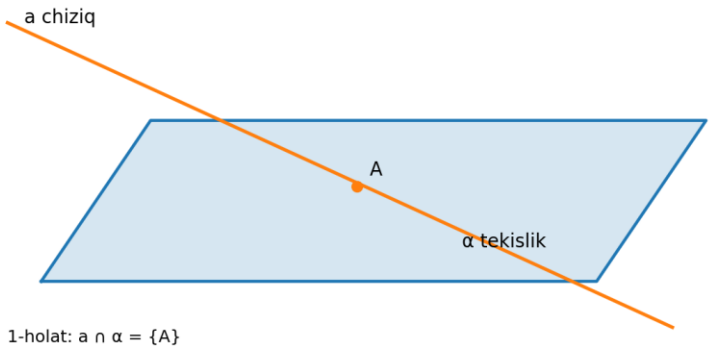
Didaktik nuqtayi nazardan tushunchalarni konkret obrazdan abstrakt ta’rifga, so‘ngra umumlashtirish va qo‘llashga olib borish kerak. Dastlab dars o‘tiladigan auditoriya, stol yuzasi, devor va burchaklardan misollar tanlanadi. Keyin kub yoki to‘g‘ri burchakli parallelepiped maketida qirralar, yoqlar va diagonallar kuzatiladi. Shundan keyingina parallel, kesishuvchi va ayqash chiziqlar hamda chiziq bilan tekislikning o‘zaro joylashuvi formal tarzda bayon qilinadi.

O‘quv maqsadlari

Mavzu yakunida o‘quvchi: (a) fazoda ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro joylashuv turlarini farqlaydi; (b) chiziq va tekislikning tegishlilik, kesishish va parallellik holatlarini aniqlaydi; (c) ikki tekislikning kesishishi yoki parallelligini chizmada ko‘rsatadi; (d) tanlangan xulosani ta’rif, belgi yoki misol bilan asoslaydi; (e) real vaziyatni geometrik modelga o‘tkazadi.

1. Asosiy tushunchalarni mantiqiy tartibda kiritish

Dastlab “nuqta”, “to‘g‘ri chiziq”, “tekislik” tushunchalari va ularning tegishlilik munosabati esga olinadi. So‘ng ikki chiziq uchun uchta holat ko‘rib chiqiladi: kesishuvchi, parallel va ayqash. Ayqash chiziqlar bir tekislikda yotmaydi; demak, ular kesishmaydi va parallel ham bo‘lmaydi. Keyingi bosqichda chiziq va tekislik munosabati: chiziq tekislikda yotishi, tekislikni bitta nuqtada kesishi yoki tekislikka parallel bo‘lishi ko‘rsatiladi.



1-rasm. To‘g‘ri chiziqning tekislik bilan bitta nuqtada kesishishi

Chizmada tekislikning parallelogramm shaklida tasvirlanishi uning haqiqiy chegarasi borligini anglatmaydi. O‘qituvchi bu shartli tasvir ekanini alohida ta’kidlab, tekislik cheksiz davom etishini tushuntiradi.

2. Tekisliklar va to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashuvi

2.1. Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro joylashuvi

Fazoda ikki to‘g‘ri chiziq kesishuvchi, parallel yoki ayqash bo‘lishi mumkin. Kesishuvchi chiziqlarning umumiy bitta nuqtasi mavjud; parallel chiziqlar bir tekislikda yotadi va umumiy nuqtaga ega emas; ayqash chiziqlar esa bir tekislikda yotmaydi.

$a \cap b = \{A\}$ - kesishuvchi chiziqlar, $a \parallel b$ - parallel chiziqlar

Ayqash chiziqlarni o‘rgatishda parallelepiped modeli ayniqsa qulay: pastki asosning bir qirrasi va unga qarama-qarshi yuqori qirraning ayrim tanlovlari bir tekislikda yotmaydi. Talabalarga “kesishmaydi” degan belgi o‘z-o‘zidan “parallel” degani emasligini izohlash kerak.

2.2. To‘g‘ri chiziq va tekislikning o‘zaro joylashuvi

To‘g‘ri chiziq tekislikda yotishi, uni bitta nuqtada kesishi yoki tekislikka parallel bo‘lishi mumkin. Bu holatlarni aniqlashda chiziqning tekislik bilan umumiy nuqtalari soni va tegishlilik munosabati asosiy mezon bo‘ladi.

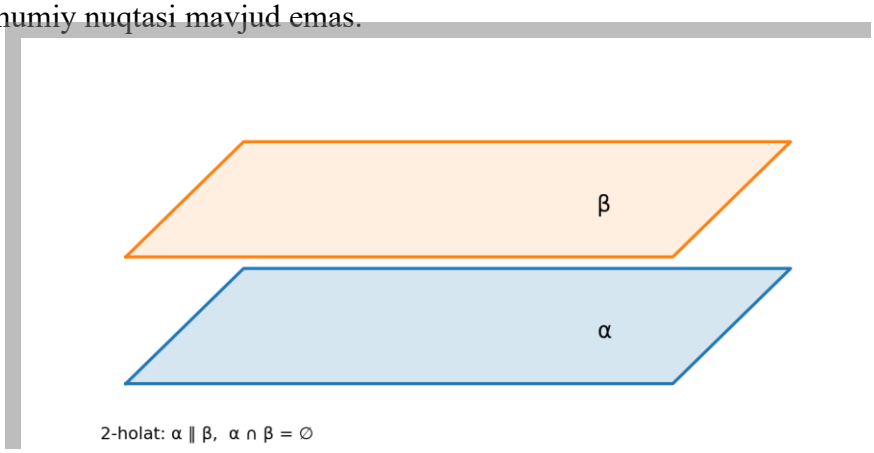
$a \subset \alpha$ - chiziq tekislikda yotadi

$a \cap \alpha = \{A\}$ - chiziq tekislikni kesadi

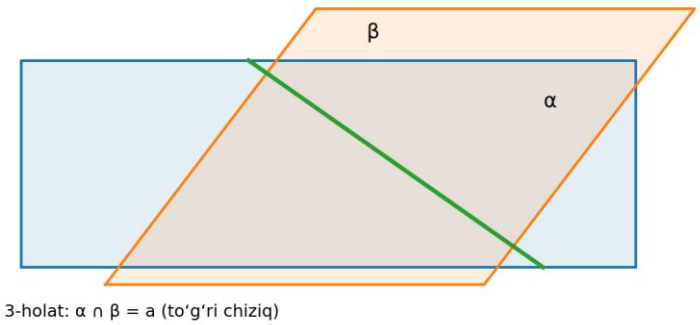
$a \parallel \alpha$ - chiziq tekislikka parallel

2.3. Ikki tekislikning o‘zaro joylashuvi

Ikki turli tekislik parallel bo‘lishi yoki bitta to‘g‘ri chiziq bo‘ylab kesishishi mumkin. Agar ikki tekislikning umumiy nuqtasi bo‘lsa, ularning kesishmasi to‘g‘ri chiziqdan iborat bo‘ladi. Parallel tekisliklarning umumiy nuqtasi mavjud emas.



2-rasm. O‘zaro parallel ikki tekislik



3-rasm. Kesishuvchi tekisliklar va ularning umumiy chizig‘i

3. Taklif etilayotgan o‘qitish metodikasi

Maqolada “Kuzatish — model qurish — taxmin — asoslash — qo‘llash” ketma-ketligi tavsiya etiladi. Bu yondashuv o‘quvchini tayyor xulosani qabul qiluvchidan geometrik munosabatni o‘zi aniqlaydigan faol ishtirokchiga aylantiradi.

3.1. Birinchi bosqich: muammoli vaziyat yaratish

O‘qituvchi savol beradi: “Xonaning polidagi bir chiziq bilan shift tekisligi qanday munosabatda bo‘lishi mumkin?” yoki “Kubning qaysi qirralari kesishadi, qaysilari parallel, qaysilari ayqash?” O‘quvchilar individual taxmin bildiradi, so‘ng juftlikda dalil izlaydi. Muhim jihat — har bir javobdan “Nima uchun?” deb so‘rash.

3.2. Ikkinchi bosqich: modellashtirish

Kub maketi, ikkita karton varaq, ip va tayoqchalardan foydalanish mumkin. Kartonlar tekisliklarni, iplar esa to‘g‘ri chiziqlarni ifodalaydi. Kartonlarni turli burchaklarda joylashtirib, tekisliklarning kesishish chizig‘i kuzatiladi. Ipni karton ichida, kartonga tegib bitta nuqtadan o‘tadigan yoki undan chetda parallel yo‘nalishda tutib, chiziq–tekislik holatlari taqqoslanadi.

3.3. Uchinchi bosqich: chizma va matematik til

Modeldagi munosabatlar standart belgilar bilan yoziladi. O‘quvchi rasmda ko‘rgan holatni “a chiziq α tekislikda yotadi” kabi gap bilan ifodalaydi va keyin belgilar orqali yozadi. Belgilashdagi aniqlik mantiqiy tafakkurni rivojlantiradi hamda og‘zaki va yozma matematik nutqni mustahkamlaydi.

3.4. To‘rtinchi bosqich: analitik tekshirish

Yuqori bosqichda koordinatalar va vektorlar yordamida holatni tekshirish mumkin. Masalan, ikki chiziqning yo‘nalish vektorlari proporsional bo‘lsa, ular parallel yo‘nalishga ega. Tekislik tenglamasi $Ax + By + Cz + D = 0$ bo‘lsa, chiziqning parametrik tenglamasini qo‘yib, kesishish sharti tekshiriladi. Bu usul geometrik tasavvur va algebraik ifoda o‘rtasida ko‘prik yaratadi.

$$\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$$

$r(t) = (x_0 + lt, y_0 + mt, z_0 + nt)$ Parametrik tenglamani tekislik tenglamasiga qo‘yish natijasida t uchun yechim topilsa, chiziq tekislikni shu parametrga mos nuqtada kesadi. Tenglik barcha t lar uchun bajarilsa, chiziq tekislikda yotadi; t ga bog‘liq bo‘lmagan zidlik hosil bo‘lsa, chiziq tekislik bilan kesishmaydi.

4. Dars texnologiyasi va topshiriqlar tizimi

Quyidagi 80 daqiqalik dars modeli

Bosqich	Vaqt	O‘qituvchi va talaba faoliyati
Motivatsiya	20 daqiqa	Real predmetlardan muammoli savol; dastlabki taxminlar.
Model bilan ishlash	10 daqiqa	Kub va karton yordamida chiziq–chiziq, chiziq–tekislik holatlarini kuzatish.
Tushunchani aniqlashtirish	10 daqiqa	Ta’riflar, belgilar va chizmalarni birgalikda tuzish.
Guruhli topshiriq	30 daqiqa	Geometrik holatlarni tasniflash va javobni dalillash.
Refleksiya va baholash	10 daqiqa	Qisqa test, o‘z-o‘zini baholash, xatolarni tahlil qilish.

4.1. Namunaviy topshiriqlar

1-topshiriq (aniqlash). Kub $ABCDA_1B_1C_1D_1$ berilgan. AB va CD; AB va BB_1; AB va A_1D_1 chiziqlarining o‘zaro joylashuvini aniqlang. Har bir javobni kub modeli yoki chizma bilan asoslang.

Kutiladigan yondashuv: AB va CD — bir tekislikda yotuvchi parallel qirralar; AB va BB_1 — A yoki B nuqtada kesishuvchi qirralar emas, balki AB va BB_1 B nuqtada kesishadi; AB va A_1D_1 esa tanlangan kub belgilanishiga ko‘ra ayqash bo‘lishi mumkin. O‘qituvchi talabalardan qirralarning uchlarini chizmada tekshirishni talab qiladi.

2-topshiriq (asoslash). a chiziq α tekislikka parallel. α tekislikda b chiziq yotadi. a va b chiziqlar albatta parallelmi? Javobingizni izohlang.

Kutiladigan javob: shartning o‘zi a va b ning parallel ekanini kafolatlamaydi; ular ayqash bo‘lishi mumkin. Bu topshiriq “parallel tekislik/parallel chiziq” tushunchalarini mexanik tenglashtirishning oldini oladi.

3-topshiriq (analitik). $\alpha : x + 2y - z - 4 = 0$ tekislik va $r(t) = (1 + t,1,t,)$ chiziq berilgan. Chiziq tekislikni kesadimi?

$$(1 + t) + 2 * 1 - t - 4 = -1 \neq 0$$

Tenglik hech bir t uchun bajarilmaydi, demak, chiziq tekislikni kesmaydi. Uning yo‘nalish vektori $(1,0,1)$ tekislik normal vektori $(1,2,-1)$; skalyar ko‘paytma $1*1 + 2*0 - 1*1 = 0$. Shuning uchun chiziq tekislikka parallel va unda yotmaydi.

4.2. Differensial yondashuv

Tayanch yordamga muhtoj o‘quvchilarga tayyor kub chizmasi va uchta variantli tasnif beriladi. O‘rtacha darajadagi o‘quvchilar munosabatni belgilab, qisqa asos keltiradi. Yuqori darajadagilar koordinata usulida tekshiradi yoki o‘zlari qarshi misol tuzadi. Shu tariqa bir xil mavzu turli murakkablikdagi vazifalar bilan o‘zlashtiriladi.

5. Samaradorlikni baholash, muhokama va xulosa

5.1. Baholash mezonlari

O‘quv natijasini faqat yakuniy javobning to‘g‘riligiga qarab baholash yetarli emas. Quyidagi mezonlar tavsiya etiladi: tushunchani to‘g‘ri aniqlash — 2 ball; chizma yoki modeldan to‘g‘ri foydalanish — 2 ball; xulosani ta’rif yoki belgi bilan asoslash — 3 ball; matematik belgilarni to‘g‘ri qo‘llash — 2 ball; real vaziyatga tatbiq etish — 1 ball. Jami 10 ball ya’ni 5 bahoni tashkil qiladi.

Formativ baholashda “ikki yutuq va bir taklif” usuli qo‘llanadi: o‘quvchi o‘z yechimining ikki kuchli tomonini va takomillashtirishi kerak bo‘lgan bir jihatini aytadi. O‘qituvchi xatolarni faqat tuzatib bermasdan, noto‘g‘ri tasavvur qayerda paydo bo‘lganini savol orqali aniqlaydi.

5.2. Kutiladigan samaradorlik va metodik muhokama

Taklif etilgan metodikaning kutiladigan natijasi — fazoviy munosabatlarni shunchaki yodlashdan ko‘ra, ularni model, chizma va mantiqiy asos orqali tushunishdir. Model bilan ishlash ko‘rish va fazoviy tasavvurni faollashtiradi; muammoli savollar taxmin qilish va dalillashni rag‘batlantiradi; analitik topshiriqlar esa geometrik va algebraik tafakkur orasidagi bog‘lanishni mustahkamlaydi. Biroq metodikaning empirik samaradorligini qat’iy xulosa qilish uchun tajriba-sinov o‘tkazish, boshlang‘ich va yakuniy diagnostika natijalarini taqqoslash hamda tanlanma hajmini ko‘rsatish zarur. Ushbu maqolada raqamli tajriba natijalari keltirilmaydi; tavsiyalar nazariy-metodik asosda ishlab chiqilgan.

Xulosa

Tekisliklar va to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashuvini samarali o‘rgatish uchun tushunchalarni konkret predmetdan formal matematik ifodaga tomon izchil rivojlantirish lozim. Kub maketi, karton tekisliklar va fazoviy chizmalar talabalarga ko‘rinadigan holatlarni taqqoslash imkonini beradi; muammoli

savollar va guruhli topshiriqlar esa mustaqil xulosa chiqarishni kuchaytiradi. Analitik tekshiruvni bosqichma-bosqich kiritish mavzuning nazariy mazmunini chuqurlashtiradi. Tavsiya etilgan metodika kuzatish, modellashtirish, belgilash, asoslash va qo‘llash faoliyatlarini bir tizimga birlashtiradi. Keyingi tadqiqotlarda ushbu metodikaning samaradorligini tajriba-sinov orqali tekshirish maqsadga muvofiq.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. M.Tojiyev. Matematika o‘qitish metodikasi o‘quv qo‘llanma Toshkent -2017
2. S.Alixonov. Matematika o‘qitish metodikasi ,darslik Toshkent- 2011
3. M.Barakayev, M.Tojiyev, D.Yunusov, K.Mamadaliyev. Matematika o‘qitish texnologiyalari va loyihalash, darslik Toshkent- 2020
4. Q.H.Abdurahmonov. Ta'lim jarayonida integratsiya va innovatsiyalar. Toshkent-2020
5. S.Nishonova. Innovatsion pedagogik texnologiyalar.Toshkent-2014