UDK 512.64:51-7

CHIZIQLI FAZONING TADBIG‘LARI

Sultanova Dilafro‘z Xolmurzayevna
Buxoro davlat universiteti
“Differensial tenglamalar” kafedrasi o‘qituvchisi
d.x.sultanova@buxdu.uz

Annotasiya. Ushbu ishda chiziqli algebraning asosiy tushunchalari – chiziqli fazo, uning bazisi va o‘lchami tushunchalari keltirilib, chiziqli fazo tushunchasining abstrakt ta’rifi o‘rganilgan, uning turli matematik va amaliy sohalardagi namoyon bo‘lish shakllarini tahlil qilinib, shuningdek, bazis va o‘lcham tushunchalarining nazariy ahamiyati va amaliy qo‘llanilishini chuqur o‘rganilgan.

Kalit so‘zlar: chiziqli fazo, bazis, o‘lcham, vector

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА

Аннотация. В данной работе представлены основные понятия линейной алгебры – линейное пространство, понятия его основания и размера, изучено абстрактное определение понятия линейного пространства, проанализированы формы его проявления в различных математических и прикладных областях, а также подробно изучено теоретическое значение и практическое применение понятий основания и размера.

Ключевые слова: линейное пространство, базис, размерность, вектор

APPLICATION OF THE CONCEPT OF LINEAR SPACE

Annotation. This work brings the basic concepts of linear algebra – linear space, its basis and dimension-and explores the abstract definition of the concept of linear space, analyzes its forms of manifestation in various mathematical and practical fields, and also delves into the theoretical significance and practical application of the concepts of basis and size.

Keywords: linear space, basis, dimension, vector

Kirish. Chiziqli algebra nafaqat matematikaning asosiy tarmog‘i, balki zamonaviy fan va texnologiyaning tilidir. Uning markazida chiziqli fazo, bazis va o‘lcham tushunchalari joy olgan bo‘lib, bu tushunchalar matematik abstraksiyaning eng yorqin namunalaridan hisoblanadi. Chiziqli fazo – bu geometrik vektorlarning tanish tushunchasini ixtiyoriy xususiyatga ega bo‘lgan obyektlar (ko‘phadlar, funksiyalar, ketma-ketliklar, matritsalar) to‘plamiga kengaytirish orqali matematikaning turli sohalarida qo‘llaniladigan universal tuzilmani yaratadi. Bazis esa ushbu tuzilmaning “skeleti”, o‘lcham esa uning “murakkablik o‘lchovi” vazifasini bajaradi. Chiziqli algebra matematika ta’limining ajralmas bo‘lagi bo‘lib, u nafaqat nazariy bilim, balki talabalarda amaliy tafakkur va mantiqiy fikrlashni rivojlantiradi. Shuningdek, ushbu mavzuni o‘rganish o‘quvchilarga chiziqli algebra, funksional tahlil va informatika fanlari bilan bog‘liq tushunchalarni chuqurroq anglash imkonini beradi.

Ushbu tushunchalarni o‘rganmasdan, zamonaviy fizika (ayniqsa, kvant mexanikasi), informatika (kompyuter grafikasi, ma’lumotlar bazasi, sun’iy intellekt), iqtisodiyot va muhandislik sohalarini chuqur tushunish qiyin. Masalan, qidiruv tizimlari o‘z ishini matritsalar va vektor fazolariga asoslangan algoritmlar asosida amalga oshiradi, 3D-grafika vektorlar va koordinatalar o‘zgarishiga tayanadi, ma’lumotlar tahlilida esa yuqori o‘lchamli fazolarni past o‘lchamlilarga soddalashtirish (siqish) asosiy vazifalardan biridir. Shu nuqtai nazardan qaraganda, chiziqli fazoning asosiy tuzilishi, uning bazisi va o‘lchamini chuqur o‘rganish nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatga ham ega.

Asosiy qism. Chiziqli algebra tushunchalari qadim zamonlardan beri rivojlanib kelayotgan bo‘lsada, uning zamonaviy qiyofasi XIX asrda shakllana boshlagan. O. Koshi, G. Grassman, A. Kelli, A. Aylenberg kabi olimlar vektorlar va chiziqli tenglamalar sistemalarini o‘rganish orqali zamonaviy chiziqli algebraning zaminini yaratdilar. XX asrda D. Gilbert, S. Banax, I.M. Gelfand kabi matematiklar cheksiz o‘lchamli chiziqli fazolar (Gilbert va Banax fazolari) nazariyasini ishlab chiqdilar, bu kvant mexanikasi va funktsional tahlilning rivojlanishiga kuchli turtki bo‘ldi.

Hozirgi vaqtda chiziqli algebra tushunchalari raqamli usullar va hisoblash texnologiyalari bilan uzviy bog‘langan. J.G. X. Uilkinson, L.N. Trefeten va boshqalar sonli chiziqli algebra sohasiga katta hissa qo‘shdilar. O‘zbekiston matematika maktabida ham ushbu sohaga oid qimmatli ishlar amalga oshirilgan. Shu bilan birga, mavzuning dolzarbligi va doimiy rivojlanishi uning yangicha talqinlari va amaliy qo‘llanilish usullarini izlashni davom ettirishni taqozo etadi.

Mavzuning murakkab va keng qamrovli bo‘lishi sababli, tadqiqot quyidagi asosiy muammoni hal qilishga qaratilgan: chiziqli fazo, bazis va o‘lcham tushunchalarining abstrakt nazariyasini ularning turli matematik va amaliy sohalardagi ahamiyati bilan bog‘lab, izchil va tizimli tarzda taqdim etish. Bunda nafaqat chekli, balki cheksiz o‘lchamli fazolarning o‘ziga xos xususiyatlarini, shuningdek, bazisni qurish va o‘zgartirishning samarali usullarini o‘rganish muhim ahamiyatga ega.

Chiziqli fazo, uning bazisi va o‘lchami tushunchalarini kompleks o‘rganish, ularning o‘zaro bog‘liqligini ochib berish va ularning nazariy hamda amaliy ahamiyatini ko‘rsatib berishdir.

Chiziqli fazo (vektor fazosi) – bu matematikaning eng muhim va fundamental tushunchalaridan biridir. U nafaqat chiziqli algebraning, balki funktsional analiz, differensial tenglamalar va boshqa ko‘plab sohalarning asosini tashkil qiladi.

Ta’rif: Berilgan F maydon (masalan, haqiqiy sonlar maydoni R yoki kompleks sonlar maydoni C) ustidagi V to‘plam chiziqli fazo deyiladi, agar uning elementlari (vektorlar) ustida quyidagi 8 ta aksioma qanoatlantiriladigan “+” (qo‘shish) va “$\cdot$” (skalyarga ko‘paytirish) amallari aniqlangan bo‘lsa:

Har qanday $u, v, w \in V$ va $\alpha, \beta \in F$ lar uchun:

1. $u + v \in V$ (Yopiqlik – qo‘shishga nisbatan)
2. $u + v = v + u$ (Kommutativlik)
3. $(u + v) + w = u + (v + w)$ (Assotsiativlik)
4. $\exists\ 0 \in V: u + 0 = u$ (Nol vektor mavjudligi)
5. $\forall\ u \in V, \exists\ (-u) \in V: u + (-u) = 0$ (Qarama-qarshi vektor mavjudligi)
6. $\alpha \cdot u \in V$ (Yopiqlik – skalyarga ko‘paytirishga nisbatan)
7. $\alpha \cdot (\beta \cdot u) = (\alpha\beta) \cdot u$ (Assotsiativlik)
8. $1 \cdot u = u$ (Birlik element)
9. $\alpha \cdot (u + v) = \alpha \cdot u + \alpha \cdot v$ (Distributivlik vektorlar yig‘indisiga nisbatan)
10. $(\alpha + \beta) \cdot u = \alpha \cdot u + \beta \cdot u$ (Distributivlik o‘zgarmaslar yig‘indisiga nisbatan)

Asosiy xossalari:

- Nol vektor yagonadir.
- Har bir vektorning qarama-qarshisi yagonadir.
- Har qanday $u \in V$ va $\alpha \in F$ uchun $0 \cdot u = 0$ va $\alpha \cdot 0 = 0. -(-1) \cdot u = -u$.

Misollar: Rⁿ, matritsalar fazosi, ko‘phadlar fazosi

1. Haqiqiy sonlar ketma-ketligi fazosi (Rⁿ):

Bu eng oddiy va tanish misol. Rⁿ fazosi n ta haqiqiy sondan tashkil topgan tartiblangan ketma-ketliklar to‘plamidir.

$u = (u_1, u_2, ..., u_n)$, $v = (v_1, v_2, ..., v_n)$.

Qo‘shish: $u + v = (u_1+v_1, u_2+v_2, ..., u_n+v_n)$.

Skalyarga ko‘paytirish: $\alpha \cdot u = (\alpha u_1, \alpha u_2, ..., \alpha u_n)$.

2. Matritsalar fazosi ($M_{mxn}(F)$):

Berilgan m x n o‘lchamdagi barcha matritsalar to‘plami matritsalar chiziqli fazosini tashkil qiladi. Qo‘shish va skalyarga ko‘paytirish amallari elementma-element bajariladi.

3. Ko‘phadlar fazosi ($P_n(F)$):

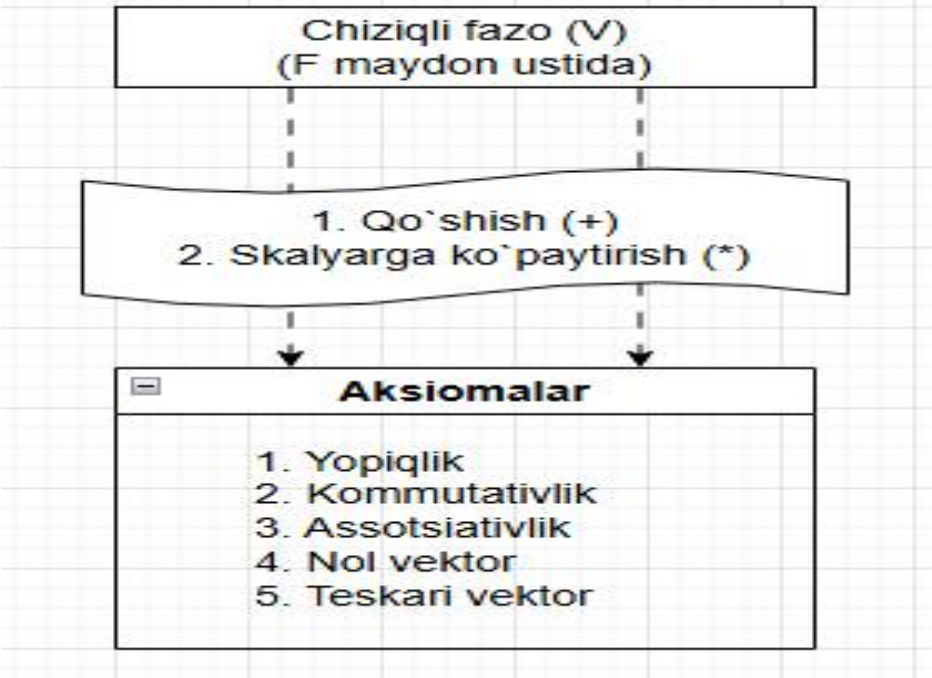
n darajali barcha ko‘phadlar to‘plami P_n chiziqli fazo hisoblanadi.

$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$.

Qo‘shish: koeffitsientlarni qo‘shish.

Skalyarga ko‘paytirish: har bir koeffitsientni skalyarga ko‘paytirish.

Rasm 1 da chiziqli fazoning asosiy tuzilishi va uning ta'minlovchi aksiomalarini sxematik ko'rsatadi.



Rasm 1 – Chiziqli fazo tuzilmasining vizual tasviri

Endi bazis tushunchasiga to‘xtalamiz.

Ta’rif: V chiziqli fazoning $B = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ sistemasi V ning bazisi deyiladi, agar u quyidagi ikkita shartni qanoatlantirsa:

1. B sistemasi chiziqli erkli bo‘lsin.

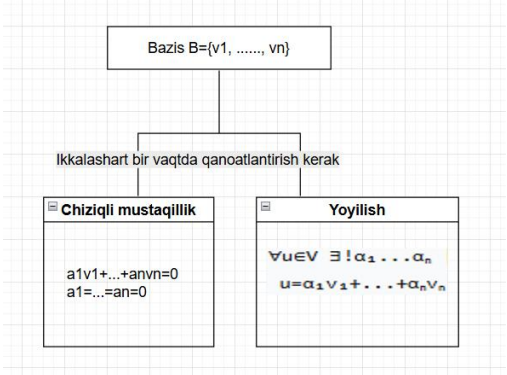
Ya'ni, $\alpha_1v_1 + \alpha_2v_2 + ... + \alpha_nv_n = 0$ tenglik faqatgina $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_n = 0$ bo‘lgandagina bajariladi. Boshqacha qilib aytganda, bazis tarkibidagi hech bir vektor boshqalarining chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalana olmaydi.

2. B sistemasi V ni yoysin.

Ya'ni, V ning ixtiyoriy u vektori B dagi vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida yagona usulda ifodalansa:

$$u = \alpha_1v_1 + \alpha_2v_2 + ... + \alpha_nv_n$$

Bu yerda $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ sonlar u vektorning B bazisga nisbatan koordinatalari deyiladi.



Rasm 2 – Bazisning ikki asosiy sharti

Chiziqli fazoda bizga kerak bo‘lgan birinchi narsa koordinatalar tizimidir. Masalan, maktab geometriyasida uch o‘lchovli fazoda bizda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlari mavjud edi:

Bazisning Mavjudligi

Bazisning mavjudligi masalasi chiziqli fazoning o‘lchamiga bog‘liq.

a) Chekli o‘lchamli fazolar

1-misol: C[0,1] - [0,1] oraliqda uzluksiz barcha funksiyalar fazosi.

Bu fazo cheksiz o‘lchamlidir. Unga bazis sifatida barcha {1, x, x^2, x^3, ...} ko‘phadlar sistemasini olish mumkin, ammo bu sistema faqat ko‘phadlarni yoyadi, uzluksiz funksiyalarning hammasini emas.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. SOATOV YO.U. «Oliy matematika», I jild, Toshkent, O′qituvchi, 1992 y.
2. PISKUNOV N.S. «Differentsial va integral hisob», 1-tom, Toshkent, O′qituvchi, 1972 y.
3. MADRAXIMOV X.S., GANIEV A.G., MUMINOV N.S. «Analitik geometriya va chiziqli algebra», Toshkent, O′qituvchi, 1988 y.
4. SARIMSOKOV T.A. «Haqiqiy o′zgaruvchining funktsiyalari nazariyasi», Toshkent, O′qituvchi, 1968 y.
5. T. YOKUBOV «Matematik logika elementlari», Toshkent, O′qituvchi, 1983y.