ISSN:3030-332X
Impact factor: 9,493
International journal of scientific researchers

GALILEY GEOMETRIYASI ELEMENTLARIDAN FOYDALANIB UCHBURCHAKLARNI YUZINI TOPISH

Sobirov Jasur Azamatovich
Navoiy Davlat Universiteti o‘qituvchisi
e-mail: jasur.sobirovgeometrik@mail.ru,
+99850 979 60 37
Egamov Shuhrat Tolib o‘g‘li
Navoiy Davlat Universiteti magistranti
e-mail: shuhrategamov0@gmail.com,
+99899 052 61 96
Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.20329695

Annotatsiya: Ushbu maqolada Galiley geometriyasi elementlaridan foydalangan holda tekislikdagi geometrik shakllar — uchburchak, parallelogramm, trapeziya va ellips — uchun yuz hisoblash formulalari keltirilgan va isbotlangan. Galiley geometriyasi Psevdo-Evklid geometriyalaridan biri bo‘lib, unda masofa, burchak va aylana tushunchalari Evklid geometriyasidagidan tubdan farq qiladi. Maqolada uchburchak yuzi uchun to‘rtta original teorema isbotlangan: birinchi teorema asosi va balandligi orqali, ikkinchisi uchlardan o‘tuvchi parabola (sikl) orqali, uchinchisi ikki tomon va ular orasidagi burchak orqali, to‘rtinchisi esa uchburchak barcha burchaklari va bir tomoni orqali ifodalanadi. Shundan so‘ng Galiley manosidagi parallelogramm, trapetsiya yuzlari va ellips bilan chegaralangan sohaning yuzi aniqlangan. Isbotlangan formulalarning Evklid geometriyasidagi analogik formulalar bilan mazmuniy o‘xshashligiga alohida e‘tibor qaratilgan. Natijalar planimetriyada yangi masalalar yechish hamda o‘quvchilarda noevklid geometriyaga oid tasavvurni shakllantirish uchun qo‘llanilishi mumkin.

Kalit so‘zlar: Galiley geometriyasi, uchburchak yuzi, parallelogramm, trapetsiya, ellips, sikl (parabola), noevklid geometriya, Galiley tekisligi, maxsus chiziq.

KIRISH

Hozirgi kunda ta‘lim tizimida o‘quvchi va talabalarning matematik tafakkurini rivojlantirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Geometriyani o‘qitish bu jarayonda muhim o‘rin egallaydi, chunki u fazoviy tasavvur qobiliyatini shakllantiradi va mantiqiy fikrlash ko‘nikmalarini mustahkamlaydi. Maktab dasturida faqat Evklid geometriyasi o‘rgatilar ekan ham, o‘quvchilarni geometriyaning yanada keng olamiga — noevklid geometriyalarga — tanishtirish zaruriyati mavjud.

Noevklid geometriyalar — Lobachevskiy, Riman, Galiley geometriyalari va boshqalar — matematika tarixida inqilobiy kashfiyot sifatida e‘tirof etilgan. Ularning hammasi Evklid geometriyasining biror aksiomasi o‘zgartirilishi yoki inkor etilishi natijasida kelib chiqqan. Tekislikda jami 9 ta, uch o‘lchovli fazoda esa 27 ta geometriya mavjud bo‘lib, ularning har biri o‘ziga xos xossalarga egadir.

Galiley geometriyasi — Psevdo-Evklid geometriyalaridan biri bo‘lib, u fizikada nisbiylik prinsipi bilan chambarchas bog‘liq. Bu geometriyada skalar ko‘paytma Evklid geometriyasidagidan farqli tarzda aniqlanadi: R_1^2 fazosida $\vec{X}(x_1,y_1)$ va $\vec{Y}(x_2,y_2)$ vektorlarning skalar ko‘paytmasi $(XY)_1=x_1x_2$ (agar $(XY)_1\neq 0$) yoki $(XY)_2=y_1y_2$ (agar $(XY)_1=0$) shaklida aniqlanadi. Bu ta‘rifdan kelib chiqib, Galiley tekisligida masofa, burchak va aylana tushunchalari ham o‘ziga xos ko‘rinish kasb etadi. Xususan, Galiley tekisligidagi aylana — bu parabola bo‘lib, u sikl deb ataladi; Galiley ma’nosidagi burchak esa vektorlarni normirovka qilib hisoblangan $h=\left|\frac{y_2}{x_2}-\frac{y_1}{x_1}\right|$ sifatida ifodalanadi.

Ushbu maqolaning maqsadi — Galiley geometriyasi tushunchalaridan foydalanib, tekislikdagi geometrik shakllarning yuzini hisoblash formulalarini topish va isbotlash, shuningdek bu formulalarni Evklid geometriyasidagi analogik formulalar bilan solishtirgan holda ularning mazmuniy o‘xshashligini ko‘rsatishdir. Asosiy diqqat uchburchak yuziga qaratilgan bo‘lib, parallelogramm, trapetsiya va ellips

holatlari ham ko‘rib chiqilgan. Maktab geometriya kursida geometrik tasavvur qobiliyatini rivojlantirish maqsadida, uchburchak yuzasini topishda Galiley geometriyasidagi elementlardan foydalanamiz.

Avvalo Galiley geometriyasining asosiy tushunchalari bilan tanishtirib o‘taylik.

Bizga A_2 affin fazosida $\vec{X}(x_1,y_1)$ va $\vec{Y}(x_2,y_2)$ vektorlar berilgan bo‘lsin.

Ta‘rif : $\vec{X}(x_1,y_1)$ va $\vec{Y}(x_2,y_2)$ ikki vektorning skalyar ko‘paytmasi

$$\begin{cases}(XY)_1=x_1x_2\ ; \\ (XY)_2=y_1y_2, \quad agar\ \ (XY)_1=0\end{cases}$$

shaklda aniqlangan A_2 affin fazoga R_2^1 Galiley tekisligi deyiladi.

R_2^1 fazoda vektorning normasi shu vektorning o‘z-o‘ziga skalyar ko‘paytmasidan ildiz chiqarilganiga teng.

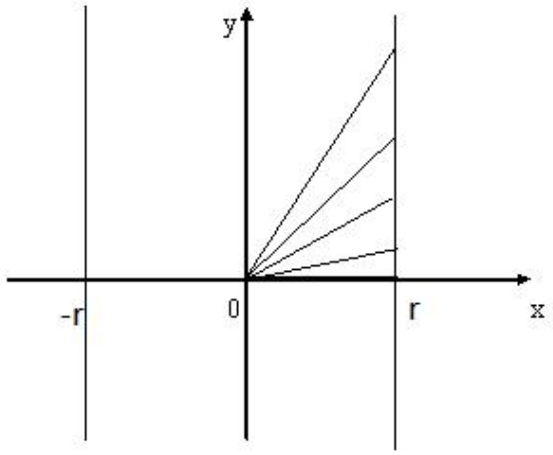
$$\|\vec{X}\|=\begin{cases}x_1 & qachonki \quad x_1\neq 0 \\ y_1 & qachonki \quad x_1=0\end{cases}.$$

R_2^1 fazoda $A(x_1,y_1)$ va $B(x_2,y_2)$ ikkita nuqta orasidagi masofa deb ikkita nuqtani tutashtiruvchi vektorning normasiga aytiladi.

$$|\overrightarrow{AB}|=\begin{cases}|x_2-x_1| & agar\ \ x_2\neq x_1 \\ |y_2-y_1| & agar\ \ x_2=x_1\end{cases}$$

Berilgan nuqtadan teng uzoqlashgan nuqtalarning geometrik o‘rni aylana deyiladi. Galiley fazosida aylana quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi (*1-rasm*).

$x^2=r^2;\ x=\pm r.$



1-rasm

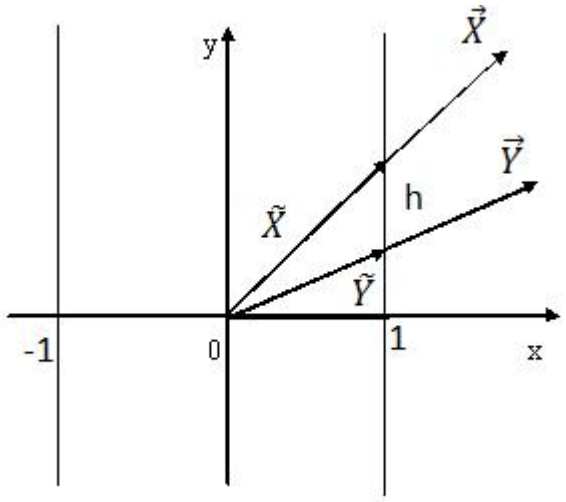
R_2^1 fazoda $\vec{X}(x_1,y_1)$ va $\vec{Y}(x_2,y_2)$ vektorlar berilgan bo‘lsa bu vektorlarning birlik vektorlari quydagi ko‘rinishda bo‘ladi.

$$\tilde{X}\left(1,\frac{y_1}{x_1}\right),\ \tilde{Y}\left(1,\frac{y_2}{x_2}\right);$$

Bu $\vec{X}$ va $\vec{Y}$ vektorlar orasidagi burchak quydagicha hisoblanadi.

$$h=\left|\frac{y_2}{x_2}-\frac{y_1}{x_1}\right|. \qquad (1)$$

Galiley tekisligida hosil bo‘lgan burchakning geometrik manosini quydagicha tushunishimiz kerak. Vektorlarning boshlarini bir nuqtaga qo‘yib olamiz, keyin vektorlarning boshlarini markaz qilib birlik aylana chizamiz. $\vec{X}$ va $\vec{Y}$ vektorlar orasida hosil bo‘lgan kesma uzunligi bu ikki vektor orasidagi burchak hisoblanadi (*2-rasm*).



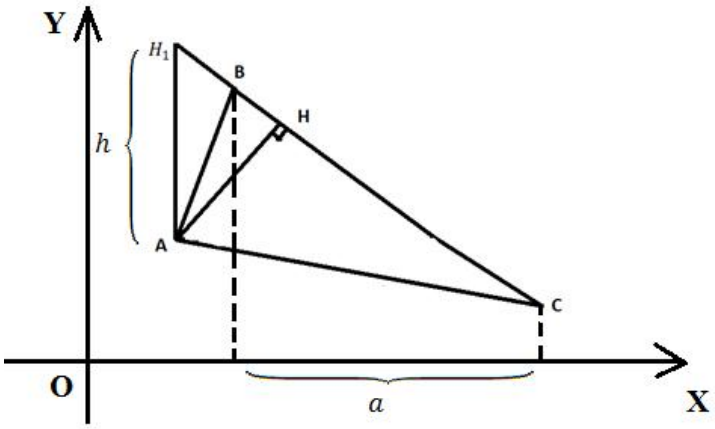
2-rasm

Galiley tekisligi affin tekisligi bo‘lib, unda ikki nuqta orasidagi masofa, kesmaning absissa o‘qidagi proeksiyasi sifatida aniqlanadi. Agar absissadagi proeksiyasi nolga teng bo‘lsa, masofa kesmaning ordinata o‘qidagi proeksiyasiga teng.

Galiley tekisligida OY o‘qiga parallel bo‘lgan chiziqlar maxsus chiziqlar deyiladi.

Biz ixtiyoriy tomoni maxsus tekislikda yotmagan ko‘pburchaklarning yuzini topish bilan shug‘ullanamiz.

Bizga uchlari $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ va $C(x_3,y_3)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchak berilgan bo‘lsa. Biz asos sifatida BC tomonni va balandlik qilib AH kesmani olsak (*3-rasm*), uchburchakning yuzi $S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_1-y_2 \\ x_3-x_2 & y_2-y_3 \end{vmatrix}$ ga teng bo‘lishi bizga ma‘lum.



3-rasm

1-teorema: Agar biz uchburchakning BC tomonning OX o‘qdagi proyeksiyasini asos qilib A uchidan chiqqan maxsus to‘g‘ri chiziq bilan B va C uchlaridan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo‘lgan AH_1 kesmani balandlik qilib olsak (*3-rasm*) uchburchakning yuzi

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|$$

ga teng bo‘ladi.

Isbot:Bizga ABC uchburchak berilgan bo‘lsin. Aniqlik uchun $x_1<x_2<x_3$ deb olaylik. Uchburchakning asosi sifatida $BC=a=x_3-x_2$ tomonni olib shu tomonga tushirilgan balandlikni topamiz. Demak A nuqtadan o‘tgan maxsus to‘g‘ri chiziqning tenglamasi $x=x_1$ shuningdek B va C nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning tenglamasi $\frac{x-x_2}{x_3-x_2}=\frac{y-y_2}{y_3-y_2}$ ko‘rinishda bo‘ladi. Bu ikki to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtasini topsak

$$x=x_1,\ y=\frac{x_1-x_2}{x_3-x_2}(y_3-y_2)+y_2$$

bo‘ladi. Balandligimiz maxsus o‘qda bo‘lganligi boiz uning uzunligi

$$h=\frac{x_1-x_2}{x_3-x_2}(y_3-y_2)+y_2-y_1=\frac{\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|}{x_3-x_2}$$

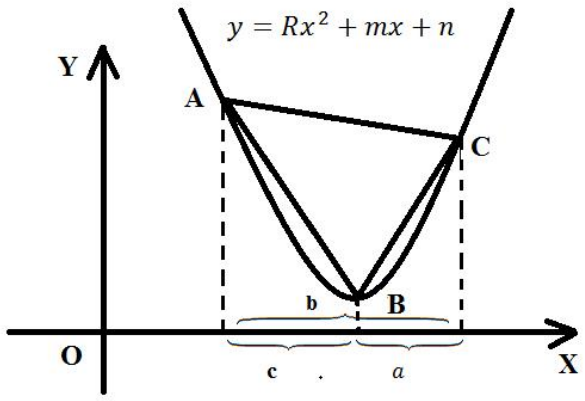
ga teng bo‘ladi. Agar uchburchakning yuzi asosi bilan balandligi ko‘paytmasining ikkidan bir qismiga tengligini inobatga olsak uchburchakning yuzi

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|$$

ga teng ekanligini ko‘ramiz. Teorema isbotlandi.

Agar biz asos sifatida boshqa tomonni olib yuzani topganimizda ham yuzalar teng chiqar edi.

Bizga uchlari $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ va $C(x_3,y_3)$ nuqtalarda, tomonlari $a=|x_3-x_2|$, $b=|x_3-x_1|$, $c=|x_2-x_1|$ ga teng bo‘lgan uchburchak va bu nuqtalardan o‘tuvchi $y=Rx^2+mx+n$ ko‘rinishdagi parabola berilgan bo‘lsin (4-rasm).



4-rasm

2-teorema: ABC uchburchakning yuzi

$$S=\frac{1}{2}Rabc$$

ga teng.

Isbot: $y=Rx^2+mx+n$ parabola A, B va C nuqtalardan o‘tgani uchun quydagi sistemani tuzib olamiz:

$$\begin{cases} y_1=Rx_1^2+mx_1+c \\ y_2=Rx_2^2+mx_2+c \\ y_3=Rx_3^2+mx_3+c \end{cases}$$

Bu sistemaning ikkinchi qatoridan birinchi qatorni, uchinchi qatoridan ikkinchi qatorni ayirib quydagi sistemaga kelamiz.

$$\begin{cases} y_2-y_1=R\left(x_2^2-x_1^2\right)+m(x_2-x_1) \\ y_3-y_2=R\left(x_3^2-x_2^2\right)+m(x_3-x_2) \end{cases}$$

Bu sistemaning birinchi qatorini x_3-x_2 ga, ikkinchi qatorini x_2-x_1 ga ko‘paytirib ayirib yuboramiz shunda quydagi tenglik kelib chiqadi.

$$(y_2-y_1)(x_3-x_2)-(y_3-y_2)(x_2-x_1)=R\left[\left(x_2^2-x_1^2\right)(x_3-x_2)-\left(x_3^2-x_2^2\right)(x_2-x_1)\right]$$

bu tenglikni soddalashtirsak quydagicha natija chiqadi.

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 \\ x_3-x_2 & y_3-y_2 \end{vmatrix}=R(x_2-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_1)$$

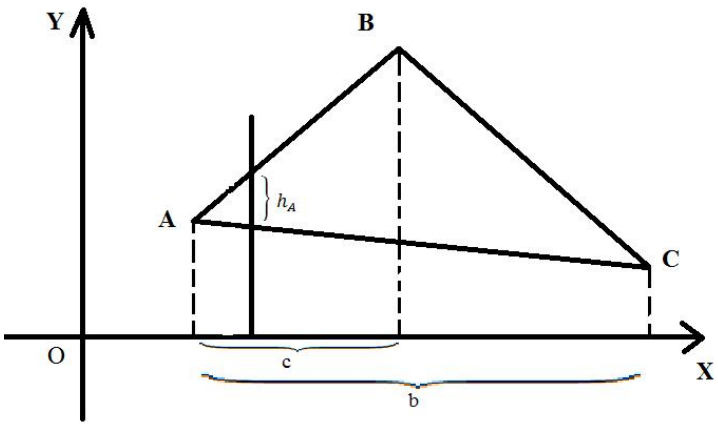
Buni quydagicha ham yozishimiz mumki.

$S=\frac{1}{2}Rabc$.

Teorema isbotlandi.

Izoh: $y=Rx^2+mx+n$ parabola Galiley tekisligida sikl deb nomlanib yevklid tekisligidagi aylananing juda ko‘p xossalariga ega ya‘ni qisqacha Galiley tekisligidagi aylana.

Bizga uchlari $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ va $C(x_3,y_3)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchak berilgan bo‘lsa bu uchburchakning biror uchidan birlik masofada maxsus to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz bu to‘g‘ri chiziqning uchburchak tomonlari bilan kesishmasidan hosil bo‘lgan kesmasining uzunligini, uchburchakning shu uchining burchagi deb olamiz (*5-rasm*).



5-rasm

Uchburchakning AB, tomonining uzunligi $c=|x_2-x_1|$ ga, AC tomonining uzunligi $b=|x_3-x_1|$ ga va A uchining burchagi h_A ga teng bo‘lsin.

3-teorema: ABC uchburchakning yuzi

$$S=\frac{1}{2}bch_A$$

ga teng.

Isbot: b va c tomonlari orasidagi h_A burchak (1) formulaga ko‘ra quydagicha topiladi.

$$h_A=\left|\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}-\frac{y_3-y_1}{x_3-x_1}\right|$$

modul ichidagi ifodani soddalashtirsak quydagi tenglikga kelamiz.

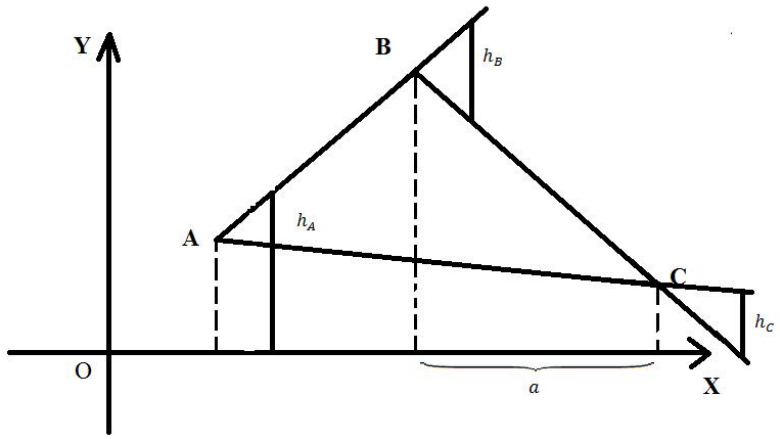
$$h_A=\frac{\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|}{|x_2-x_1||x_3-x_1|}$$

topilgan h burchakni yuza formulasiga etib qo‘ysak

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|$$

ga kelamiz. Teorema isbotlandi.

Bizga uchlari $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ va $C(x_3,y_3)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchak berilgan bo‘lib A uchidagi burchagi h_A ga, B uchidagi burchagi h_B ga, C uchidagi burchagi h_C ga va A burchak qarshisidagi tomon $a=|x_3-x_2|$ ga teng bo‘lsin (6-rasm).



6-rasm

4-teorema: ABC uchburchakning yuzi

$$S=\frac{a^2h_Bh_C}{2h_A}$$

ga teng.

Isbot: (1) ga ko‘ra uchburchakning burchaklari $h_B=\left|\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}-\frac{y_3-y_2}{x_3-x_2}\right|$, $h_C=\left|\frac{y_1-y_3}{x_1-x_3}-\frac{y_2-y_3}{x_2-x_3}\right|$ va $h_A=\left|\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}-\frac{y_3-y_1}{x_3-x_1}\right|$ ga teng. Bu burchaklarning har birini soddalashtirib formulaga etib qo‘yaylik.

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_2 & y_3-y_2\end{matrix}\right\|$$

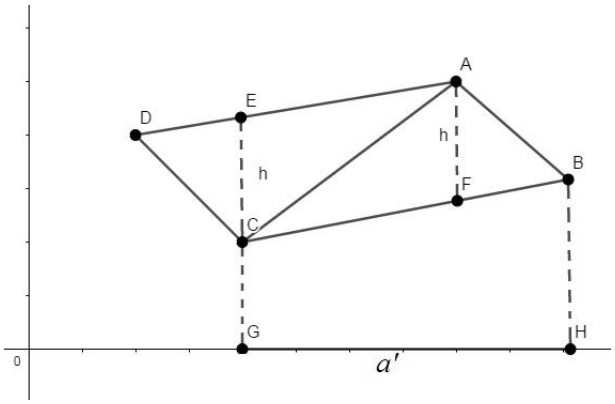
yuqorida topilgan uchburchak yuzining formulasini xuddi o‘zi kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

5-teorema: Tekislikdagi berilgan parallelogramm yuzi

$$S_{ABCD}=a'h$$

ga teng.

Isbot. A uchga qarama-qarshi uch C uchdan ham h ga parallel kesma o‘tkazamiz. Uning ham uzunligi h ga teng(*7-rasm*).



7-rasm

Agar AC diogonal o‘tkazsak, paralellogram 2 ta uchburchakka ajraladi. Δ_{ABC} va Δ_{ADC} ucburchaklarning yuzalarini 1-teoremadan topamiz. $S_{ABC}=\frac{1}{2}a'h$ ga teng. AD tomonning OX o‘qdagi proyeksiyasi a' ga teng bo‘ladi va $S_{ADC}=\frac{1}{2}a'h$ ham o‘rinli. Bulardan

$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ADC}=\frac{1}{2}a'h+\frac{1}{2}a'h=a'h$$

kelib chiqadi. Demak $S_{ABCD}=a'h$. Teorema isbotlandi.

Izoh: Agar parallelogrammnig ikkita tomoni maxsus o‘qda bo‘lsa oddiy evklid geometriyasi holatiga keladi.

Trapetsiyaning yuzi.

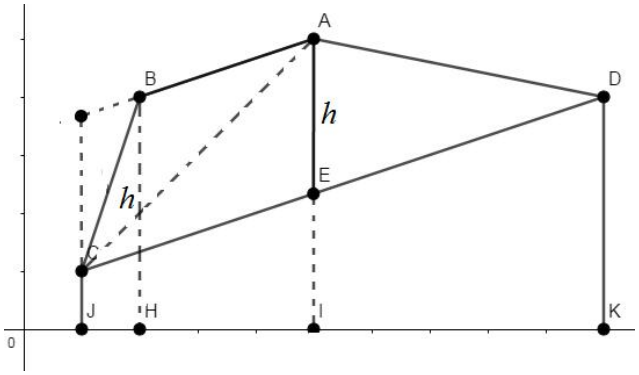
Bizga asoslari maxsus o‘qda bo‘lmagan $ABCD$ trapetsiya berilgan bo‘lsin. Uning yuzini hisoblash uchun yuqoridagi uchdan maxsus o‘q o‘tkazamiz. Bu o‘qning trapetsiya uchi va uning asosi bilan chegaralangan kesma uzunligi h bo‘lsin. Trapetsiya asoslarining OX o‘qdagi Galiley ma’nosidagi uzunliklari a' va b' bo‘lsin.

6-teorema: Tekislikda asoslari mahsus o‘qda bo‘lmagan trapetsiyaning yuzi

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(a'+b')h$$

ga teng.

Isbot. Trapetsiyaning yuqori A uchidan maxsus o‘q o‘tkazaylik(*8-rasm*).



8-rasm

Chizmaga ko‘ra $AE=h$, $AB=a'$, $JK=b'$ bo‘ladi. Agar AC dioganal o‘tkazsak uchlari ABC va ACD bo‘lgan uchburchaklarga ajraladi. 5-teoremadan ma‘lumki bu uchburchaklarning yuzi $S_{ABC}=\frac{1}{2}a'h$, $S_{ACD}=\frac{1}{2}b'h$ ga teng. Trapetsiyaning yuzi esa :

$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ADC}=\frac{1}{2}(a'+b')h$$

Demak trapetsiya yuzi $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(a'+b')h$ ga teng. Teorema isbotlandi.

Izoh: Agar tarpetsiya asoslari maxsus o‘qda bo‘lsa oddiy Yevklid geometriyasi holatiga keladi.

Umuman olganda yuqoridagilardan tashqari ko‘pburchaklarni yuzini ham uchburchaklarga ajratib shu usul yordamida hisoblanadi.

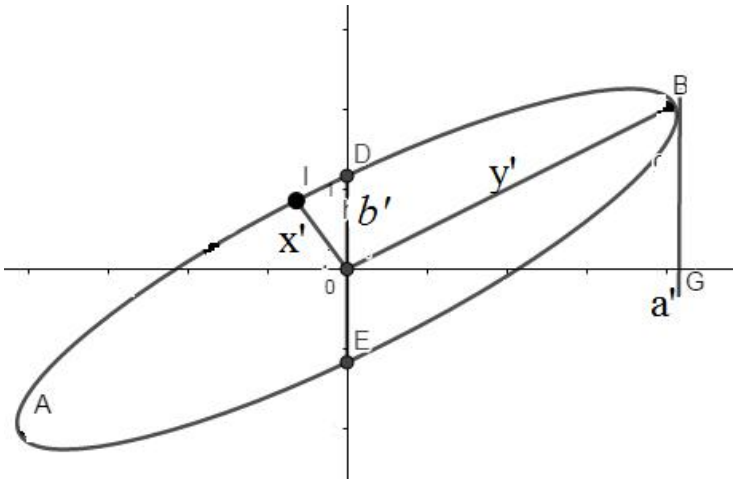
Endi ikkinchi tartibli chiziqlardan biri bo‘lgan ixtiyoriy ellipsni qaraymiz. Ellips bilan chegaralangan sohani yuzini galiley geometriyasi elementlaridan foydalanib topamiz.

Ellips markazidan maxsus o‘q o‘tkazamiz. Ellips markazidan maxsus o‘q bilan kesishish nuqtagacha masofa b' bo‘lsin. Maxsus o‘qga parallel qilib ellipsga urinma o‘tkazaylik. Bu ikki maxsus o‘qlar orasidagi masofa a' bo‘lsin.

7-teorema. Umumiy holda berilgan ellips bilan chegaralangan soha yuzi $S=a'b'\pi$ ga teng.

Isbot. Qulaylik uchun markazi koordinatalar boshida bo‘lgan ellipsni olamiz. Evklid geometriyasidan ma’lumki ellips bilan chegaralangan soha yuzi uning bosh yarim o‘qlarining ko‘paytmasini π ga ko‘paytirilganiga teng.

Teoremani isbotlash uchun evklid ma’nosidagi yarim o‘qlar ko‘paytmasi Galiley geometriyasidagi elementi bo‘lgan a'b' ko‘paytmaga tengligini ko‘rsatish yetarlidir. Ellips tenglamasini tuzamiz. Tenglamani tuzish uchun ellips $(0;\pm b')$ nuqtalardan o‘tishi va $x=a'$ urinmaga ega ekanligidan foydalanamiz*(9-rasm)*.



9-rasm

Markazi koordinatalar boshida bo‘lgan ellips tenglamasi

$Ax^2+2Bxy+Cz^2+D=0$ (*)

ko‘rinishda bo‘ladi. Ma’lum nuqtalarni bo‘ tenglamaga qo‘ysak $b'^2=-\frac{D}{C}$ bo‘ladi. (*) ko‘rinishidagi ellipsning (x_0,y_0) nuqtasidagi urinma tenglamasi

$$(AX_0+By_0)x+(Bx_0+Cy_0)y+D=0$$

Berilganiga ko‘ra urinmani $x=a'$ holati olinishini etiborga olsak

$Bx_0+Cy_0=0$, $y_0=-\frac{Ba'}{C}$ bo‘ladi. Urinma tenglamasi $x=\frac{DC}{B^2a'-ACa'}$ ko‘rinishga keladi. Demak, $a'=\frac{DC}{B^2a'-ACa'} \Rightarrow a'^2=\frac{DC}{B^2-AC}$ tenglik o‘rinlidir.

(*) ellips tenglamasini yarim o‘qlari x_1, y_1 larni xos sonlarni aniqlash orqali topamiz.

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & B \\ B & C-\lambda \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \lambda^2-(A+C)\lambda+AC-B^2=0 \Rightarrow \lambda_1\lambda_2=AC-B^2$$

(*) tenglama bu xos sonlar orqali quyidagicha ko‘rinishga keladi

$$\frac{x^2}{-\frac{D}{\lambda_1}}+\frac{y^2}{-\frac{D}{\lambda_2}}=1$$

Hosil bo‘lgan ellipsning yarim o‘qlar ko‘paytmasi

$$x_1y_1=\sqrt{-\frac{D}{\lambda_1}}\cdot\sqrt{-\frac{D}{\lambda_2}}=\sqrt{\frac{D^2}{B^2-AC}}=\sqrt{-\frac{D}{C}\cdot\frac{C}{AC-B^2}}=\sqrt{a'^2b'^2}=a'b'$$

Demak $x_1\cdot y_1=a'b'$ o‘rinli ekanligidan $S=a'b'\pi$ kelib chiqadi.

Teorema isbotlandi.

***Izoh*:** Evklid geometriyasida ellips yarim o‘qlari deyilganda markazdan ellipsgacha bo‘lgan eng uzun va eng qisqa masofalar tushuniladi. Galiley geometriyasida esa biz aniqlagan lar tushuniladi.

Yuqorida berilgan teoremalarni urganish davomida o‘quvchilar uchburchakning yuzini topish hamda noyevklid geometriyasi haqida tasavvurga ega bo‘ladi.

Xulosa o‘rnida noyevklid geometriyasi haqida aytib o‘tsak. Yevklid geometriyasidan farqli bo‘lgan barcha geometriyalar noyevklid geometriyasi deyiladi. Masalan Lobachevskiy geometriyasi, Riman geometriyasi, Galiley geometriyasi va boshqalar kiradi.

Xulosa

Ushbu maqolada Galiley geometriyasining elementlaridan foydalanib, tekislikdagi bir necha geometrik shaklning yuzi Galiley ma’nosida hisoblandi va quyidagicha asosiy natijalar olindi:

Uchburchak yuzi uchun to‘rtta muqobil formula isbotlandi:

1-teorema: Yuzi $S=\frac{1}{2}\left|det\begin{pmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 \\ x_3-x_2 & y_3-y_2 \end{pmatrix}\right|$ asos va Galiley ma’nosidagi balandlik orqali;

2-teorema: Yuzi $S=Rabc$ uchlardan o‘tuvchi sikl(parabola) radiusi R va tomonlar orqali;

3-teorema: Yuzi $S=\frac{1}{2}bch_A$ ikki tomon va ular orasidagi burchak orqali;

4-teorema: Yuzi $S=\frac{a^2h_Bh_c}{2h_A}$ barcha burchaklar va tomon orqali.

Parallelogramm va trapeziya uchun ham Galiley ma’nosidagi yuz formulalari isbotlandi. Ellips bilan chegaralangan sohaning yuzi Galiley geometriyasi elementlari yordamida $\pi\cdot p\cdot q$ (bu yerda p va q— Galiley ma’nosidagi yarimo‘qlar) sifatida ifodalandi va bu qiymatning Evklid manosidagi ellips yuzi bilan mos kelishi ko‘rsatildi.

Muhim metodologik xulosa shundaki: Galiley va Evklid geometriyalarida tushunchalarning mazmuni tubdan farqlansa-da, hosil bo‘lgan yuz formulalari struktura jihatdan o‘xshash bo‘lib, hisoblangan yuz qiymatlari bir xildir. Bu esa Galiley geometriyasini noevklid geometriyalarni o‘rganishga kirish sifatida qo‘llashga qulay asos yaratadi.

Amaliy nuqtai nazardan, ushbu natijalar maktab va oliy ta‘lim muassasalarida o‘quvchi hamda talabalar uchun Galiley geometriyasini tushuntirishda, planimetriyada yangi tipli masalalar tuzishda va matematik tafakkurni rivojlantirishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar

1. Артыкбаев А. Соколов Д.Д. Геометрия в целом в плоском пространстве времени.- Ташкент: “Фан”, 1990 г.
2. Jaglom I.M. The principle of relativity of Galilean and non-Euclidean geometry. Nauka, Moscow, (1996).
3. Хачатурян А.В. Геометрия галилея Москва 2005.