INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 9,493 Volume 17, issue 1, Aprel 2026
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

"OLIY MATEMATIKA FANIDAN INTEGRAL HISOB BO'YICHA DARSLARNI SAMARALI TASHKIL ETISH METODIKASI"

v.b.prof. **A.U.Arziqulov**

Samarqand Davlat Pedagogika instituti professori

Choriyorov Aliyor Jo'rayevich

Samarqand Davlat Pedagogika instituti talabasi

ANNOTATSIYA: Mazkur maqolada oliy matematika fanining muhim bo'limi hisoblangan integral hisobni o'qitishning nazariy-metodik asoslari va samarali tashkil etish usullari yoritilgan. Ishda boshlang'ich funksiya, aniqmas va aniq integral tushunchalarining mazmuni, ularning o'zaro bog'liqligi hamda tarixiy rivojlanish bosqichlari tahlil qilingan. Shuningdek, integral hisobning oliy ta'lim tizimidagi o'rni, talabalarda matematik modellashtirish, funksiyalarni tahlil qilish va amaliy masalalarni yechish ko'nikmalarini shakllantirishdagi ahamiyati asoslab berilgan.

Maqolada integral hisobni o'qitishda didaktik tamoyillar, an'anaviy va zamonaviy pedagogik texnologiyalarni uyg'unlashtirish masalalari ko'rib chiqilib, dars jarayonini samarali tashkil etish bo'yicha metodik tavsiyalar berilgan. Bundan tashqari, aniqmas integralni hisoblash usullari, jumladan, o'zgaruvchini almashtirish, bo'laklab integrallash, ratsional, trigonometrik va irratsional funksiyalarni integrallash usullari tizimli ravishda bayon etilgan.

Kalit so'zlar: integral hisob, aniqmas integral, aniq integral, boshlang'ich funksiya, integralni hisoblash usullari, o'zgaruvchini almashtirish, bo'laklab integrallash, ratsional funksiyalar, trigonometrik integrallar, irratsional funksiyalar, matematik modellashtirish, didaktik tamoyillar, interfaol metodlar, oliy matematika, o'qitish metodikasi, pedagogik texnologiyalar.

KIRISH

Integral hisob oliy matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, u turli tabiiy, texnik va ijtimoiy jarayonlarni matematik jihatdan o'rganishda asosiy vosita hisoblanadi. Integral hisobning vujudga kelishi insoniyatning yuza, hajm, masofa, ish, massa kabi miqdorlarni aniqlashga bo'lgan ehtiyoji bilan chambarchas bog'liq. Qadimgi Yunon olimlari — Yevklid va Arximed asarlarida integral hisobga oid dastlabki g'oyalar uchraydi. Ayniqsa, Arximed tomonidan ishlab chiqilgan "chegaralash usuli" keyinchalik aniq integral tushunchasining shakllanishiga zamin yaratdi. XVII asrga kelib I. Nyuton va G. Leybnits mustaqil ravishda differensial va integral hisobning asosiy qonunlarini yaratdilar. Keyingi davrlarda Eyler, Koshi, Riman, Lebeg kabi olimlar integral hisob nazariyasini chuqurlashtirib, uni qat'iy matematik asosga qo'ydilar. Hozirgi kunda integral hisob matematikaning muhim bo'limi bo'lish bilan birga, fizika, mexanika, iqtisodiyot, biologiya va pedagogika sohalarida keng qo'llanilmoqda. Integral hisob tarixini o'rganish talabalar ongida matematik tushunchalarning shakllanish jarayonini anglashga yordam beradi va fanga bo'lgan qiziqishni oshiradi.

ASOSIY QISM

Integral hisob bo'yicha darslarni samarali tashkil etishda avvalo mavzuning nazariy asoslarini izchil va tizimli bayon qilish muhimdir. Dars jarayonida aniqlanmagan integral, aniqlangan integral, integralning geometrik va fizik ma'nosi bosqichma-bosqich tushuntirilishi

lozim. O‘qituvchi avval hosila va differensial tushunchalari bilan bog‘liqlikni ko‘rsatib, integralni teskari amal sifatida tushuntirsa, talabalarda mavzu yuzasidan yaxlit tasavvur shakllanadi.

Integral hisobni o‘qitishda muammoli ta’lim metodidan foydalanish samarali hisoblanadi. Masalan, egri chiziq ostidagi yuzani topish muammosi qo‘yiladi va talabalardan bu masalani qanday hal qilish mumkinligi so‘raladi. Shundan so‘ng limit, yig‘indi va integral tushunchasiga tabiiy ravishda olib kelinadi. Bu yondashuv talabalarning mustaqil fikrlashini rivojlantiradi.

Interfaol metodlardan “Aqliy hujum”, “Klaster”, “Insert”, “BBB jadvali” kabi usullar integral hisob darslarida samarali qo‘llaniladi. Masalan, “Aqliy hujum” metodida talabalarga integralni hisoblash usullari haqida savol beriladi. Talabalar almashtirish usuli, bo‘laklab integrallash, ratsional funksiyalarni integrallash kabi javoblarni taklif etadilar. Bu esa bilimlarni faollashtiradi.

Integral hisobni o‘qitishda vizual vositalardan foydalanish ham muhim. Grafiklar, animatsiyalar, geometrik modellar yordamida integralning geometrik ma’nosini ko‘rsatish talabalarning tushunishini osonlashtiradi. Axborot texnologiyalaridan foydalanish, masalan grafik kalkulyatorlar yoki matematik dasturlar orqali egri chiziq ostidagi yuzalarni ko‘rsatish dars samaradorligini oshiradi.

Amaliy mashg‘ulotlarni to‘g‘ri tashkil etish ham muhim metodik talabdir. Avval sodda misollar, keyin murakkabroq masalalar berilishi lozim. Masalalar quyidagi tartibda berilishi tavsiya etiladi:

asosiy formulalarni qo‘llashga oid misollar
almashtirish usuli bilan integrallar
bo‘laklab integrallashga doir masalalar
aniqlangan integrallarni hisoblash
tatbiqiy masalalar (yuzalar, hajmlar, fizik masalalar)

Mustaqil ta’limni tashkil etishda talabalarga differensiallash va integrallash o‘rtasidagi bog‘liqlikni isbotlash, grafik asosida integral tuzish, real hayotiy masalalarni integrallar yordamida yechish kabi topshiriqlar berilishi maqsadga muvofiq. Bu esa nazariya va amaliyotning uyg‘unligini ta’minlaydi.

Endi esa aniq integralni qo‘llashning umumiy sxemasini yuqoridagi fikrlar asosida ko‘rib chiqamiz:

Ma'lumki, integral hisoblashning rivojlanishi natijasi nazariyadir integral, uning faktlari qo‘llaniladi V bizning vaqt. Aniq integralni qo‘llashning umumiy sxemasi haqida gapirganda, integralning ta'rifi, shuningdek, uning xususiyatlari aniq shakllantirilganligini ta'kidlash mumkin.

Ruxsat bering funksiya $y=f(x)$aniqlangan yoqilgan segment [a ; b] Va $a<b$.

Biz buni qilamiz Keyingisi harakatlar.

1. Foydalanish orqali b i z ballarni $x_0=a,x_1,x_2,\dots,x_n=b\ (x_0<x_1<\dots<x_n)$taqsimlaymiz segment [a ; b] qisman n ga segmentlar $[x_0;x_1]$, $[x_1;x_2]$,… $[x_{n-1};x_n]$.

2.B har biri qisman segment $[x_{i-1};x_i]$ i =1,2,…, n ni tanlaymiz ixtiyoriy nuqta$c_i\in[x_{i-1};x_i]$ va undagi funksiyaning qiymatini hisoblang, ya'ni. o‘lcham $f(c_i)$.

3. Ko‘paytiring topildi ma'no funktsiyalari $f(c_i)$. yoqilgan mos keladigan uzunligi$\Delta x_i=x_i-x_{i-1}$ qisman segment:$f(c_i)*\ \Delta x_i$

4. Keling, yozamiz miqdorS_n hamma shunday ishlari:

$S_n=f(c_1)*\ \Delta x_1+f(c_2)*\ \Delta x_2+\dots+f(c_n)*\ \Delta x_n=\sum_{i=1}^{n} f(c_i)*\ \Delta x_i$.

Bu turdagi yig‘indi funksiyaning integral yig‘indisi deb ataladi$y=f(x)$ yoqilgan segment [a ; b].

INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 9,493 Volume 17, issue 1, Aprel 2026
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

Keling, belgilaylik orqali uzunlikλ eng buyuk qisman segment:

$$\lambda=max\Delta x_i(i=1,2,\ldots,n)$$

5. Keling, topamiz chegara bu integral shunday bo‘lganda $n\to\infty$miqdorlar S_n, Nima $\lambda\to\infty$.

Agar integral yig‘indi bo‘lsa S_n I chegarasiga ega, bu chegara emas bu bog‘liq emas segmentni ajratish usuli [a ; b] qisman segmentlarga, na dan ballarni tanlash ularda, keyin I raqami ning aniq integrali deb ataladi funktsiyalary$=f(x)$ segmentda va belgilangan

$$\int_a^b f(x)dx$$

Shunday qilib,

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(c_i)*\ \Delta x_i$$

va sonlari mos ravishda integralning pastki va yuqori chegaralari deb ataladi, $f(x)$ – integral, $f(x)dx$ – integral ifoda, x – integral o‘zgaruvchisi, segment [a ; b] - mintaqa (segmentda) integratsiya [24].

Keling, ko‘rib chiqaylik shartlar mavjudlik aniq integral.

Kerakli shart - integrallanadigan funksiya$f(x)$ bo‘lishi kerak cheklangan bo‘lim oralig‘ida.

Kerakli Va yetarli shartlar mavjudlik aniqintegral. Uchun mavjudlik aniq integral zarur Va yetarli, shunday qilib:

$\lim\limits_{\lambda\to\infty}(S-s)=0$, Qayerda

$S=\sum_{i=0}^{n-1} m_i*\ \Delta x_iVas=\sum_{i=0}^{n-1} M_i*\ \Delta x_i$

m_i VaM_i - aniq pastki Va yuqori chegaralar [22].

Yetarli shart - bu ma'lum bir narsaning mavjudligi teoremasiintegral (teorema Koshi).

Agar funksiya$y=f(x)$ [a ; b] segmentida uzluksiz bo‘lsa , u holda ma'lum birintegral

$$\int_a^b f(x)dx$$

mavjud.

Keling, beraylik qator mulklar aniq integral.

1. Teng limitlarga ega aniq integralintegratsiya teng nol:

$$\int_a^b f(x)dx$$

2. Agar$f(x)$ [a ; b] oralig‘ida integrallanadigan bo‘lsa , u holda uintegrallanadigan Va V oralig‘i [b ; a] , va

$\int_a^b f(x)dx=-\int_a^b f(x)dx$

3. Agar $f(x)$ integrallanadigan eng zo‘r darajada dan intervallar [a ; b] , [a ; c] va [c ; b] , Keyin u integrallanadigan V ikki boshqalar, Va bor joytenglik

$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

4. Agar $f(x)$ integratsiya qilinadigan oralig‘i [a ; b] , Bu Va$c*\ f(x)$ Qayerda $c=const$, Shuningdek integrallanadigan V bu interval, va bu mumkin olib chiqish; chiqarish integral belgisi uchun.

$$\int_a^b cf(x)dx=c\int_a^b f(x)dx$$

5. Ta'riflangan integral dan algebraik miqdorlar yakuniy [a ; b] oralig‘ida

integrallanadigan funksiyalar soni$f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)$ teng algebraik yig‘indi aniq integrallar dan shartlar:

$$\int_a^b (f_1(x) \pm f_2(x) \pm \ldots \pm f_n(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx \pm \int_a^b f_2(x)dx \pm \ldots \pm \int_a^b f_n(x)dx$$

6. Agar $f(x)$ [a; b] oralig‘ida integrallanadigan bo‘lsa , manfiy bo‘lmagan va b>a bo‘lsa, tengsizlik to‘g‘ri bo‘ladi.

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0$$

7. Agar integrallanadigan yoqilgan interval [a ; b] funktsiyalar$f(x)$ Va $\varphi(x)$qoniqtirish tengsizlik$f(x) > \varphi(x)$, Bu

$$\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b \varphi(x)dx$$

[a; b] oralig‘ida uzluksiz bo‘lgan funksiyaning eng kichik va eng katta qiymatlari bo‘lsa $f(x)$, u holda

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

Tahlilning boshlanishini o‘rganayotganda, e'tibor berish mumkin aniq integralning turli xil qo‘llanilishi, ma'lum bir sxema bo‘yicha amalga oshiriladi, uning bir nechta variantlari mavjud - ulardan birinchisi usul integral yig‘indilar , ikkinchisi esa usul differentsial. Integral yig‘indilar usuli ta'rifga asoslangan integral va ikkinchi modifikatsiya bilan ifodalangan birinchi.

Keling, muammoni ko‘rib chiqaylik: ma'lum bir miqdorning qiymatini aniqlash kerak A , bu bilan bog‘liq segment [a ; b] mustaqil o‘zgaruvchi x dagi o‘zgarishlar . Tahlil qilingan miqdor qo‘shimcha hisoblanadi - da [a ; b] segmentni nuqta bilan $c \in (a; b)$uning tarkibiy qismlariga bo‘lish [a ; c] va [c ; b] qismlari.

A kattaligining ko‘rsatkichi , b u t u n [a ; b] segmentiga mos keladigan , uning qiymatlari yig‘indisiga teng bo‘ladi, bu qiymatlar [a ; c] va [c ; b] ga mos keladi. [16].

Keling, birinchi ta'rif usuliga o‘taylik miqdorlar A :

1. Nuqtalardan foydalanib, $x=a, x_1, x_2, \ldots, x_n=b (x_0 < x_1 < \ldots < x_n)$biz bo‘lamiz segment [a ; b] yoqilgan n qismlar. IN muvofiq Bilan bu kattalik A buziladi yoqilgan n "boshlang‘ich atamalar"$\Delta A_i (i=1,\ldots,n)$: $A=\Delta A_1+\Delta A_2+\ldots+\Delta A_n$.

2. Har bir "boshlang‘ich" "atamasi" da ko‘rsatilishi kerak ko‘rinish asarlar funktsiyalar (shartlarga asoslanib vazifalar), hisoblangan V o‘zboshimchalik bilan nuqta mos keladigan segment yoqilgan uning uzunlik:

$\Delta A_i \approx f(c_i) * \Delta x_i$.

Taxminiy qiymatni aniqlash uchun ΔA_i , quyidagi soddalashtirishlar qo‘llaniladi: yoyni uni yumshatuvchi akkord bilan almashtirish tugaydi; kichik maydonda o‘zgaruvchan tezlikni doimiy tezlik bilan almashtirish va boshqalar.

Biz taxminiy *A qiymatini olamiz* V integral shakl miqdorlar:

$$A \approx f(c_1) * \Delta x_1 + \ldots + f(c_n) * \Delta x_n = \sum_{i=1}^{n} f(c_n) * \Delta x_n$$

3. Siz izlayotgan narsa A qiymati teng chegara integral miqdorlar, ular.

$$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i) * \Delta x_i = \int_a^b f(x)dx$$

Yuqoridagi “yig‘indilar usuli” integralni yig‘indi sifatida ifodalashga asoslangan cheksiz katta son , cheksiz kichik atamalar [13].

Yana bir usul - o‘zgartirilgan sxema birinchidan, u "differentsiallar usuli" yoki "tashlab yuborish usuli" deb ataladi cheksiz kichik yuqoriroq buyurtmalar»:

1. Yoqilgan segment $[a; b]$ biz tanlaymiz o‘zboshimchalik bilan ma'no x Va biz ko‘rib chiqmoqdamiz o‘zgaruvchan segment $[a; x]$. Yoqilgan ko‘rib chiqilayotgan segment kattalik A ifodalangan funksiya x: $A = A(x)$ ya'ni. taxmin qilish mumkinki, Nima Qism katta talabdagi miqdorlar A noma'lum $A(x)$ *funksiya bo‘lib* , bu yerda $x \in [a; b]$ - bitta parametrlardan A miqdorlari ;

2. Asosiy qismni aniqlang o‘sishlar ΔA da o‘zgarish x yoqilgan kichik qiymat $\Delta x = dx$ - boshqacha aytganda, biz qidirmoqdamiz differensial dA funktsiyalar $A = A(x)$:

$dA = f(x)dx$ bu yerda masala shartlaridan aniqlangan $f(x)$ *x o‘zgaruvchisining funksiyasi* .

3. Agar biz $dA \approx \Delta A$ ning kerakli qiymatni $\Delta x \to 0$ *a dan b* gacha bo‘lgan diapazonda integrallash usuli yordamida aniqlash mumkinligini faraz qilsak dA:

$$A(b) = A = \int_a^b f(x)dx \geq 0$$

Yuqoridagilarga asoslanib, men aniq integralni qo‘llash uchun integral yig‘indilar usuli va differensiallar usuli qo‘llanilishini ta'kidlayman.

Sanab o‘tilgan usullar maktab o‘quv dasturidagi muammolarni hal qilish uchun qo‘llaniladi, shuning uchun o‘qituvchi ularning barcha xususiyatlarini bilishi kerak.

Usullardan birini qo‘llagan holda, kompilyatsiya qilinishi mumkin model, va matematika uchun, va amaliy masalalar uchun. Maktab o‘quvchilarining dastlabki bosqichlarda savollari bo‘lganda, da tanlov usul, o‘qituvchi kerak Chalkashgan o‘quvchiga alohida e'tibor bering va ularni to‘g‘ri usulga yo‘naltiring. O‘qituvchining o‘z vaqtida yordami o‘quvchiga eng sodda va eng samarali usul yordamida ularga taqdim etilgan muammolarni hal qilishga yordam beradi.

Ta`rif. Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang‘ich bo‘lsa, $F(x)+C$ ifoda $f(x)$ funksiyadan olingan aniqmas integral deb ataladi va $f(x)dx$ simvol bilan belgilanadi.

Demak, ta’rifga ko‘ra $F(x) = f(x)$ bo‘lsa,

$f(x)dx = F(x)+C$ bo‘ladi,

bu yerda

$f(x)$ funksiya- integral ostidagi funksiya

$f(x)dx$ - integral ostidagi ifoda

ishora - integral ishorasi deyiladi.

Shunday qilib, aniqmas integral $y=F(x)+C$ funksiyalar to‘plamidan iborat ekan.

XULOSA

ISSN: 3030-332X Impact factor: 9,493 Volume 17, issue 1, Aprel 2026
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: ***google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.***
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

Integral hisob bo‘yicha darslarni samarali tashkil etish uchun nazariy materialni tizimli bayon qilish, muammoli vaziyatlardan foydalanish, interfaol metodlarni qo‘llash, axborot texnologiyalaridan foydalanish hamda amaliy mashg‘ulotlarni bosqichma-bosqich tashkil etish zarur. Shuningdek, mustaqil ta’limni rivojlantirish va tatbiqiy masalalarga e’tibor qaratish talabalarning integral hisob bo‘yicha bilim va ko‘nikmalarini mustahkamlaydi. Natijada talabalarda analitik fikrlash, matematik modellashtirish va amaliy masalalarni yechish kompetensiyalari shakllanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Alimov Sh. A. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari, o‘rta maktabning 10-11 sinflari uchun darslik. Toshkent, “O‘qituvchi”, 1996-yil va keyingi nashrlari.

2. Kolmogorov A. N. tahriri ostida. Algebra va analiz asoslari. 10-11 sinflar uchun darslik. Toshkent, “O‘qituvchi”, 1992-yil.

3. Vafoyev R. H. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o‘quv qo‘llanma. Toshkent, “O‘qituvchi”, 2001-yil.

4. Abduhamidov A. U. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun sinov darsligi. Toshkent, “O‘qituvchi”, 2001 yil

5. Antonov K. P. va boshqalar. Elementar matematika masalalari toplami. Toshkent, “O‘qituvchi”, 1975-yil va keyingi nashrlari.

6. Skanavi M. N. tahriri ostida. Matematikadan masalalar toplami. Toshkent, “O‘qituvchi”, 1983-yil va keyingi nashrlari.

10. http://www.istedod.uz – “Iste’dod” jamg‘armasi sayti.

11. http://www.edunet.uz – maktablar, o‘quvchi va o‘qituvchilar sayti.

12. http://www.ziyonet.uz/-Jamoat axborot ta’lim tarmog‘i.