INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 9,493 Volume 17, issue 1, Aprel 2026
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

KATTA SONLAR QONUNI HAMDA MARKAZIY LIMIT TEOREMASI

Ismatov Utkir Rustamovich
Samarqand istisodiyot va servis instituti o‘qituvchisi
Baxtiyorova Oyniso Ruslan qizi
Samarqand iqtisodiyot va servis instituti talabasi

Annotatsiya

Mazkur ilmiy maqolamda ehtimollar nazariyasining fundamental natijalari hisoblangan, katta sonlar qonuni hamda markaziy limit teoremasining nazariy asoslari chuqur tahlil etiladi. Ishda tasodifiy miqdorlar, ularning matematik kutilmasi, dispersiyasi va taqsimot funksiyalari orqali ushbu teoremalarning mohiyati yoritiladi. Katta sonlar qonunining zaif va kuchli shakllari hamda ularning statistik barqarorlikni ta’minlashdagi o‘rni ko‘rib chiqiladi. Shuningdek, markaziy limit teoremasining klassik va umumlashgan ko‘rinishlari tasodifiy miqdorlar yig‘indisining normal taqsimotga yaqinlashish qonuniyatini ilmiy asosda izohlaydi. Ushbu teoremalar matematik statistika, iqtisodiyot, sug‘urta hamda tabiiy va ijtimoiy fanlarda prognozlash va statistik tahlil uchun muhim nazariy asos bo‘lib xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar: katta sonlar qonuni, markaziy limit teoremasi, ehtimollar nazariyasi, tasodifiy miqdor, matematik kutilma, dispersiya, normal taqsimot, Chebyshev tengsizligi, statistik barqarorlik.

Abstract

This scientific article analyzes the fundamental results of probability theory, namely the Law of Large Numbers and the Central Limit Theorem. The study explains their theoretical foundations through random variables, mathematical expectation, variance, and distribution functions. The weak and strong forms of the Law of Large Numbers are discussed in terms of statistical stability. In addition, classical and generalized forms of the Central Limit Theorem are examined, showing the convergence of the sum of random variables to the normal distribution. These theorems serve as a key theoretical basis for statistical analysis, forecasting, and modeling in mathematics, economics, insurance, and natural and social sciences.

Keywords: Law of Large Numbers, Central Limit Theorem, probability theory, random variable, mathematical expectation, variance, normal distribution, Chebyshev inequality, statistical stability.

Аннотация

В данной научной статье подробно анализируются фундаментальные результаты теории вероятностей — закон больших чисел и центральная предельная теорема. Рассматриваются их теоретические основы через понятия случайной величины, математического ожидания, дисперсии и функций распределения. Описываются слабая и сильная формы закона больших чисел и их роль в обеспечении статистической устойчивости. Также рассматриваются классические и обобщённые формы центральной предельной теоремы, показывающие стремление суммы случайных величин к нормальному распределению. Данные теоремы являются важной теоретической основой

статистического анализа, прогнозирования и моделирования в математике, экономике и естественных науках.

Ключевые слова: закон больших чисел, центральная предельная теорема, теория вероятностей, случайная величина, математическое ожидание, дисперсия, нормальное распределение, неравенство Чебышева, статистическая устойчивость.

Kirish

Ehtimollar nazariyasi zamonaviy matematikaning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, u tasodifiy hodisalarning qonuniyatlarini o‘rganadi. Real hayotda uchraydigan ko‘plab jarayonlar tasodifiy xarakterga ega bo‘lib, ularni aniq bashorat qilish qiyin. Biroq katta miqdordagi kuzatishlar asosida umumiy qonuniyatlarni aniqlash mumkin.

Aynan shu jihatdan katta sonlar qonuni va markaziy limit teoremasi alohida ahamiyat kasb etadi. Katta sonlar qonuni tasodifiy hodisalarda barqarorlikni ifodalasa, markaziy limit teoremasi ko‘p sonli tasodifiy miqdorlar yig‘indisining qanday taqsimlanishini tushuntiradi.

Mazkur maqolaning maqsadi ushbu ikki muhim teoremaning nazariy asoslarini chuqur o‘rganish, ularning matematik mohiyatini ochib berish hamda amaliy ahamiyatini yoritishdan iborat.

Asosiy qism

Ehtimollar nazariyasining asosini tasodifiy miqdor tushunchasi tashkil etadi. Tasodifiy miqdor — bu tajriba natijasiga bog‘liq holda turli qiymatlar qabul qiluvchi sonli kattalikdir. Har bir tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi orqali aniqlanadi. Ushbu funksiya tasodifiy miqdorning ma’lum qiymatdan kichik yoki teng bo‘lish ehtimolini ifodalaydi.

Tasodifiy miqdorlarning asosiy sonli xarakteristikalari matematik kutilma va dispersiyadir. Matematik kutilma uzoq muddatli kuzatishlarda o‘rtacha natijani bildiradi. Dispersiya esa qiymatlarning ushbu o‘rtacha atrofida qanchalik tarqalganligini ko‘rsatadi. Ushbu tushunchalar katta sonlar qonuni va markaziy limit teoremasining shakllanishida asosiy rol o‘ynaydi.

Katta sonlar qonuni ehtimollar nazariyasining fundamental natijasi bo‘lib, u tajribalar soni ortib borgani sari tasodifiy miqdorlarning o‘rtacha qiymati matematik kutilmaga yaqinlashishini ifodalaydi. Agar mustaqil va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar qaralsa, ularning arifmetik o‘rtachasi asta-sekin barqarorlashadi. Bu shuni anglatadiki, tasodifiylik elementlari kamayib, umumiy qonuniyat yuzaga chiqadi.

Bu qonunning nazariy asosida Chebyshev tengsizligi yotadi. Ushbu tengsizlik tasodifiy miqdorning o‘rtacha qiymatdan og‘ish ehtimolini baholash imkonini beradi. Tajribalar soni ortgan sari bu og‘ish ehtimoli kamayadi, natijada o‘rtacha qiymat matematik kutilmaga yaqinlashadi. Bu esa statistik barqarorlikni ta’minlaydi.

Katta sonlar qonuni ikki xil shaklda namoyon bo‘ladi: zaif va kuchli. Zaif katta sonlar qonuni ehtimollik bo‘yicha yaqinlashishni bildiradi, ya’ni o‘rtacha qiymat matematik kutilmaga yaqinlashish ehtimoli 1 ga teng bo‘ladi. Kuchli katta sonlar qonuni esa bundan ham kuchliroq natijani beradi — u deyarli har bir realizatsiya uchun yaqinlashishni ta’minlaydi. Bu esa ehtimollar nazariyasida juda muhim nazariy natija hisoblanadi.

Katta sonlar qonunining muhim xususiy holatlaridan biri Bernulli qonunidir. U ikki natijali tajribalar uchun qo‘llanilib, tajribalar soni ortgan sari muvaffaqiyatlar ulushi ehtimollikka yaqinlashishini ko‘rsatadi. Bu natija ehtimollik tushunchasining amaliy mazmunini yaqqol ifodalaydi.

Markaziy limit teoremasi esa ehtimollar nazariyasining yanada chuqur natijasi bo‘lib, u ko‘p sonli tasodifiy miqdorlar yig‘indisining taqsimoti haqida ma’lumot beradi. Ushbu teoremaga ko‘ra, mustaqil tasodifiy miqdorlar yig‘indisi, ularning dastlabki taqsimoti qanday bo‘lishidan qat’i nazar, ma’lum shartlar ostida normal taqsimotga yaqinlashadi.

\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \to N(0,1)

Bu natija ehtimollar nazariyasida inqilobiy ahamiyatga ega, chunki u murakkab tasodifiy jarayonlarni oddiy normal taqsimot yordamida tavsiflash imkonini beradi. Normal taqsimotning qo‘ng‘iroqsimon shakli ko‘plab real jarayonlarda kuzatiladi, masalan, o‘lchash xatoliklari, biologik ko‘rsatkichlar va ijtimoiy jarayonlarda.

Markaziy limit teoremasining chuqurroq nazariy tahlili xarakteristik funksiyalar orqali amalga oshiriladi. Xarakteristik funksiya tasodifiy miqdorning to‘liq xususiyatlarini o‘zida mujassam etadi va limit jarayonlarni o‘rganishda qulay vosita hisoblanadi. Ushbu yondashuv orqali normal taqsimotning universal xususiyati isbotlanadi.

Teoremaning umumlashgan ko‘rinishlari ham mavjud bo‘lib, ular Lyapunov va Lindeberg shartlari bilan ifodalanadi. Bu shartlar yordamida mustaqil, lekin bir xil taqsimlanmagan tasodifiy miqdorlar uchun ham markaziy limit teoremasi qo‘llanilishi mumkin. Bu esa uning amaliy qo‘llanish doirasini kengaytiradi.

Katta sonlar qonuni va markaziy limit teoremasi bir-birini to‘ldiradi. Birinchisi o‘rtacha qiymatning barqarorlashishini ko‘rsatsa, ikkinchisi ushbu qiymatlarning qanday taqsimlanishini aniqlaydi. Shu sababli ular statistik tahlilning nazariy asosini tashkil etadi.

Amaliy jihatdan bu teoremalar juda katta ahamiyatga ega. Statistikada tanlanma asosida umumiy xulosalar chiqarish, iqtisodiyotda prognozlash, sug‘urtada risklarni baholash va ilmiy tadqiqotlarda natijalarni umumlashtirish aynan shu qonunlarga asoslanadi.

Xulosa

Xulosa qiladigan bo'lsak, katta sonlar qonuni va markaziy limit teoremasi ehtimollar nazariyasining eng muhim va fundamental natijalari hisoblanadi. Katta sonlar qonuni tasodifiy miqdorlarning o‘rtacha qiymatlari barqarorlashishini ko‘rsatsa, markaziy limit teoremasi ularning taqsimoti normal qonuniyatga yaqinlashishini isbotlaydi.

Ushbu teoremalar yordamida tasodifiy jarayonlar chuqur tahlil qilinadi, statistik xulosalar chiqariladi va ilmiy tadqiqotlarda muhim natijalarga erishiladi. Shuning uchun ular nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdushukurov A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. O’quv qo’llanma.
2. Shoraxmetov Sh., Kurbanov O.T. Iqtisodchilar uchun matematika. O’quv qo’llanma.

ISSN: 3030-332X Impact factor: 9,493 Volume 17, issue 1, Aprel 2026
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

3. Qarshiboyev X.Q., Djalilov Sh., Xudoyberdiyev S. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar yechishga doir uslubiy qo‘llanma.

4.Jo‘rayev T., Isroilov I. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: O‘zbekiston Faylasuflari Milliy Jamiyati nashriyoti, 2009.

5.Qosimov A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika asoslari. Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2015.